

מדריך למורה – מבוא

ספר זה הינו המדריך למורה לספר הראשון מסדרת אולימפוס:

מתמטיקה לתלמידי 4 יח"ל - חלק א - גיאומטריה

המדריך למורה לספר של 4 יח"ל חלק א עוסק בגיאומטריה ומיועד למורים המלמדים עם ספר זה.

בספר הלימוד בכל פרק תמצאו:

- א. **חלק תיאורטי.** החלק התיאורטי מלווה בדוגמאות ובהסברים מפורטים. ההגדרות והמסקנות מודגשות ברקע אפור ובמסגרת.
- ב. **דוגמאות פתורות.** שאלות מלוות בפתרון מלא ובהסברים מפורטים. ניתן להיעזר בדוגמאות הפתורות במהלך השיעור בכיתה, או להפנות אליהן תלמידים שזקוקים להסבר נוסף.
- ג. **תרגילים לעבודה עצמית.** התרגילים בכל פרק בסדר קושי עולה ובהתאם לחלק התיאורטי ולדוגמאות.

במדריך למורה בכל פרק תמצאו:

- א. **פריסות הוראה.** פריסות הוראה המותאמות לפריסות ההוראה המומלצות של הפיקוח על המתמטיקה. בפריסות ההוראה אנו מציינים גם את שעות ההוראה המומלצות לכל נושא. זאת בהנחה שמלמדים 5 ש"ש. יש להתייחס לשעות אלה בגמישות. ייתכן שיהיו נושאים שידרשו יותר זמן וכאלה, שפחות. זאת מסגרת הזמן המומלצת אך יש להתאימה לקצב של הכיתה. כמובן שאם יש יותר שעות הוראה, ניתן להעמיק יותר, לעבור על תרגילים נוספים או להתקדם מהר יותר.
 - ב. **תרגילי ליבה.** פירוט של תרגילי ליבה בפרק. הכוונה היא לתרגילים מומלצים לכיתה או כשיעורי בית על מנת להבטיח את הבנת התלמידים. כמובן שניתן ומומלץ לפתור תרגילים נוספים מהפרק. לקראת מבחן ניתן לפתור את התרגילים שלא עברתם עליהם עדיין, להיעזר בתרגול הנוסף בפרק החזרה שבסוף הספר וכן בדפי עבודה נוספים שיועלו למדריך למורה כתרגילי סיכום וחזרה בנושאים השונים. המדריך למורה דיגיטלי ויתעדכן מדי פעם.
 - ג. **דגשים מתמטיים ופדגוגיים** הקשורים לנושא הנלמד.
- המחשה מתוקשבת – התלמידים יתנסו בפעילויות מתוקשבות מוכנות בגאוגברה ובדסמוס, ישערו השערות הניתנות לבדיקה באמצעות היישומון ויוכלו לנסח מסקנות למקרים כלליים. הלמידה הפעילה משפרת את ההבנה, מעודדת חשיבה ושיח מתמטי ותורמת להנאה של התלמידים.
- פעילויות מתוקשבות נוספות לאלו המופיעות בספר, שנכתבו על ידי צוות משבצת, ניתן למצוא באתר האינטרנט של משבצת, בחומרים המשויכים לספר זה.

כרך א – 4 יח"ל כיתה י"א התשפ"ז פריסת שעות לחודשים נובמבר - ינואר

על פי הפריסה של משרד החינוך לתכנה"ל החדשה.
התוכנית מבוססת על 20 שעות בחודש – 5 שעות בשבוע.
10 שעות בכל חודש יוקדשו לגיאומטריה.

* נושאים בגיאומטריה שירדו במיקוד תשפ"ז עבור כיתה יא 4 יח"ל:

– שני משיקים למעגל (פרק 4 - משפטים 11, 12, 13)

– משולש חוסם מעגל (פרק 6)

הטבלה הבאה פורסת את הלימוד לפי מספרי עמודים בספר ולפי שעות עבור גיאומטריה לפי מיקוד תשפ"ז:

גיאומטריה אנליטית						חודש
פרק	סעיף	נושא	החל מעמ'	מס' שעות	רשימת תרגילי ליבה (לפי מיקוד תשפ"ז)	
נובמבר	1	משוואת המעגל (עמודים 6-21)				
		א	הגדרות ומושגים הקשורים למעגל	7	6	
		ב	משוואה קנונית של מעגל, משוואה כללית של מעגל תרגילים מעמ' – <	9 14-21		(1)(ב), (2)(ג), (3)(ג), (4)(ה), ז, ח), (5)(ב), (7)(ב), (9)(ג), (11)(א), (13)(ב), (15), (16), (22)(ב), (24), (25), (27), (28), (29)
	2	מעגל וישר (עמודים 22-46)				
		א	מצבים הדדיים בין ישר ומעגל תרגילים מעמ' – <	22 30-34	4	(2), (4), (5)(ח), (6)(א), (10) – (14)
		ב	משוואת המשיק למעגל בנקודה נתונה על המעגל תרגילים מעמ' – <	35 36-39		(3)(ג,ד), (5), (9), (10)
	ג	מעגל המשיק לצירים תרגילים מעמ' – <	40 43-46	(2) – (4), (8), (9), (12) – (14)		

המשך בעמוד הבא <<<

גיאומטריה של המישור						חוד ש
פרק	סעיף	נושא	החל מעמ'	מס' שעות	רשימת תרגילי ליבה (לפי מיקוד תשפ"ז)	
דצמבר	קשתות, מיתרים וזוויות במעגל (47-80)					3
	א	הגדרות במעגל	47	9		
	ב	משפטים באשר לקשתות, למיתרים ולזוויות במעגל				
	1.ב	תרגילים מעמ' - <	49 52		(3), (4)	
	2.ב	תרגילים מעמ' - <	53 54-58		(1), (3), (5) - (7), (10), (12), (14), (16), (18)	
	3.ב	תרגילים מעמ' - <	59 61-63		(3), (4), (7), (9)	
	4.ב	תרגילים מעמ' - <	64 66-70		(1), (ב), (2), (3), (6), (8), (10), (11), (13), (14)	
	5.ב	תרגילים מעמ' - <	71 76-80		(1), (2), (4) - (6), (9), (10), (12), (14), (16)	
	משיקים למעגל (81-93) * נושא שני משיקים למעגל ירד במיקוד תשפ"ז					4
	* יש ללמד משפט 10 בלבד מפרק זה		1	(11), (12), (14), (15), (17) שאר התרגילים ירדו במיקוד.		
	תרגילים מעמ' - <				85-93	
ינואר	5	משולש חסום במעגל (94-105)		2	(3), (9), (13), (17) - (19), (22), (24)	
		תרגילים מעמ' - <				99-105
	7	מרובע חסום במעגל (116-126)		1	(1), ד, ה, (6), (8), (11), (17), (25)	
		תרגילים מעמ' - <				121-126
	8	משפט הסינוסים (127-144)		3	(5), (7), (10), (15), (17), (24), (26), (32), (41)	
		תרגילים מעמ' - <				133-144
* שני משיקים למעגל (פרק 4 - משפטים 11, 12, 13) * משולש חסום מעגל (פרק 6) <u>ירדו במיקוד תשפ"ז:</u>						

גיאומטריה משולבת				
פרק	סעיף	נושא	החל מעמ'	מס' שעות
9		תרגילי סיכום משולבים (145-175)	150-175	8
		תרגילים מעמ' ->		
		✳ שילוב 3 גאומטריות באותו תרגיל - ירד במיקוד לפיכך: ->		
רשימת כל התרגילים בפרק לפי מיקוד תשפ"ז				

נושא משפט הסינוסים נשאר במיקוד תשפ"ז, אך לפי בקשת מורים אנו מביאים להלן

רשימת תרגילים ודוגמאות מתוך הספר

בנושא טריגונומטריה במעגל,

שניתן לפתור ללא שימוש במשפט הסינוסים:

עמוד	תרגילים / דוגמאות
29	(6)
32-33	(10) – (14)
38	(9) – (10)
45-46	(13) – (14)
52	(3) – (4)
69	(14)
72	דוגמה
79	(13) – (15)
79	(16) – (17) עד לפני סעיף המסומן ב- ■ (המסמן 3 נושאים)
89-91 (פרק 4)	(8) – (9), (18)
101-102	(13), (19)
145-146	דוגמה (1)
184	(17)
150-170 (פרק 9)	(16), (18), (19), (34), (52), (55), (57)

דגשים מתמטיים ופדגוגיים

בכיתה יא למידת פרק הגיאומטריה תמשיך להיות בצורה המשלבת את שלושת תחומי הגיאומטריה: גיאומטריה אנליטית, גיאומטריה של המישור, טריגונומטריה. בשנה זו נתמקד בנושא המעגל. הלמידה תתחיל בגיאומטריה אנליטית, תוך הבאת הגדרות, סימונים ומשפטים בגיאומטריה של המישור שיש לדעת על מנת להתייחס למעגל בגיאומטריה אנליטית.

פרק 1 – משוואת המעגל

סעיף א

בתחילת הפרק יש תזכורת לנוסחאות בגיאומטריה אנליטית, שנלמדו בעבר לנוחות השימוש של התלמידים.

המשימה בעמוד 7 - היא משימה אישית לתלמיד. ניתן להחליפה במשימה כיתתית מהנה -

ניקח מקל באורך מסוים. תלמיד א יעמוד בנקודה קבועה ויחזיק קצה אחד של המקל.

כל אחד משאר התלמידים, בתורו, יעמוד בצידו השני של המקל, עד שייווצר מעגל סביב תלמיד א.

תלמיד א, העומד במקום הקבוע הוא מרכז המעגל. והתלמידים האחרים הם נקודות על המעגל שנוצר.

יצרנו מעגל כמקום גיאומטרי של כל הנקודות הנמצאות במרחק מסוים מנקודה קבועה.

הנקודה הקבועה היא מרכז המעגל.

המרחק המסוים (אורך המקל) הוא רדיוס המעגל.

ניתן לחזור על המשימה עם מקל באורך שונה, או לשאול על מרחק של תלמיד נוסף הנמצא מחוץ / בתוך המעגל.

בעמוד 8 - נמצאות הגדרות של מיתר, קוטר, ונוסחאות לחישוב היקף ושטח מעגל.

סעיף ב**דוגמה בעמוד 9 -**

- נמצא את רדיוס המעגל לפי מרכז המעגל ונקודה על המעגל.
- נמצא את המשוואה הקנונית של המעגל לפי הדוגמה המספרית.
- נכליל, ונקבל את המשוואה הקנונית של המעגל.

בעמוד 10 - נמצא את המשוואה הכללית של מעגל שמרכזו בנקודה (a, b) .

- דוגמאות בעמודים 10 – 14 - דוגמאות (1), (2) עוסקות במעגל שמשוואתו קנונית.**
- דוגמאות (3) – (6) עוסקות במעגל שמרכזו בנקודה (a, b) .**
- אנו ממליצים לעבור על כל הדוגמאות (לא בשיעור אחד) לפי פריסת השעות המומלצת. ניתן להקדיש לסעיף זה 6 שיעורים.

נמליץ למשל:

- בשיעור 1 / 2:**
- משימה (עמ' 7) +הגדרות
 - הצגת משוואה קנונית של מעגל (עמ' 9)
 - דוגמאות (1) – (2) (עמ' 10 – 11)
 - תרגילים (1) – (5) לעבודה עצמית (עמ' 14 – 15) סעיף אחד מכל תרגיל.
 - שיעורי בית (1) – (5) לפי המומלץ בטבלה במדריך זה.
- בשיעור 3 / 4:**
- הצגת המשוואה הכללית (עמ' 10)
 - דוגמאות (3) – (5), או (3) – (7) (תלוי ברמת הכיתה),
 - המשך תרגילים לעבודה עצמית לפי הטבלה במדריך זה.

התרגילים מדורגים ברמתם, ומתאימים לסדר הדוגמאות.

- תרגילים (6) – (11) מתאימים לדוגמאות (3) – (5)
- תרגילים (12) – (17) מתאימים לדוגמאות (6) – (7).
- בתרגילים (18) – (29) יוצאים מנקודת הנחה שהנושא מובן לתלמידים.

שימו לב:

לפי תכנית הלימודים המשוואה הכללית של המעגל תגיע תמיד בצורה מסודרת: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$. אין צורך ללמד השלמה לריבוע.

- תרגילים (18) – (19) מסומנים ב-★.
- בתרגיל (18) יש שימוש בסימון שיעור ה- x ב- t .
- בתרגיל (19) יש לסמן את שיעור ה- y של מרכז המעגל ב- t .
- בכיתות חלשות ניתן לחזור לתרגילים אלה בהמשך.

- בתרגילים (21) – (22) יש הזזות של מרכז המעגל. רצוי להיעזר בסרטוט להמחשה.
- תרגילים (28) – (29) הם תרגילים משולבים (✖) מומלצים, ועוסקים בתיכון ליתר ובמשולש שזוויותיו 30° , 60° , 90° .

פרק 2 – מעגל וישר

סעיף א

הפרק עוסק במעגל וישר. נתחיל בבחינת המצב ההדדי בין ישר ומעגל. נבדוק את מספר נקודות החיתוך בין הישר והמעגל. לצורך כך יש לפתור מערכת משוואות בשיטת ההצבה. יש לבדוד את x או את y ממשוואת הישר ולהציב במשוואת המעגל. בדוגמה (3) נסיק שלישר ולמעגל יש נקודה אחת משותפת (הטרמה למשיק). ניתן לקבוע מצב הדדי בין ישר למעגל גם לפי מרחק הישר ממרכז המעגל. נוסחת מרחק נקודה מישר לא נמצאת בתוכנית הלימודים, יחד עם זאת, לפי תכנית הלימודים יש למצוא מרחק זה באמצעות הנדסה אנליטית, כמפורט בעמוד 25:

- מעבירים אנך ממרכז המעגל לישר.
- מוצאים נקודת חיתוך בין האנך לישר הנתון.
- מוצאים מרחק בין שתי נקודות.

בעמוד 26 - יש **סיכום** המסקנות משלוש הדוגמאות, וחזרה להגדרת **המשיק למעגל** שהכרנו בתחילת הפרק, הפעם דרך המרחק של הישר ממרכז המעגל, ולאחר שהתלמידים ראו (בדוגמה (3)), שמרחק של **נקודת ההשקה** ממרכז המעגל שווה לרדיוס.

המחשה מתוקשבת - בעמוד 26 - המחשה למצב הדדי בין ישר ומעגל. המטרה היא להמחיש לתלמידים את האפשרויות, ובכל המקרים לבדוק את מרחק הישר ממרכז המעגל.

בעמוד 27 - יש הסבר על מרחק נקודת ההשקה ממרכז המעגל כמרחק הקצר ביותר ממרכז המעגל למשיק, ובדרך זו מסבירים את המשפט: **רדיוס המעגל מאונך למשיק בנקודת ההשקה**.

זהו משפט מתחום הגיאומטריה של המישור אך אנו זקוקים לו כדי ליישם תכונות של המשיק למעגל בגיאומטריה אנליטית בסעיף ב' של פרק זה.

ההסבר למשפט הוא פועל יוצא של מרחק נקודה מישר שהוזכר בעמוד 25.

בעמוד 28 - יש תזכורת לדברים המרכזיים שנלמדו בכיתה יוד בנושא טריגונומטריה, כיוון שבחלק מהשאלות ניתן להשתמש בטריגונומטריה במשולש ישר-זווית.

במרבית הכיתות אין צורך לעשות חזרה בנושא כאשר יש שימוש בטריגונומטריה במשולש ישר-זווית אבל אם יש צורך בחיזוק ובתרגול נוסף של נושא זה, ניתן להיעזר בתרגילים שנמצאים בנספח בעמודים 197 – 198.

כל המידע מכיתה יוד מרוכז בעמודים 28 – 29.

התייחסות לשאלות לעבודה עצמית

לעיתים יש לפתור מערכת משוואות המייצגות מעגל וישר.

בתרגיל (5) יש 8 סעיפים טכניים, לצורך תרגול פתרון מערכות משוואות כאלה.

תרגילים (10) – (14) הינם תרגילים משולבים.

בחלק מתרגילים אלה יש צורך בשימוש בטריגונומטריה במשולש ישר-זווית. אנו ממליצים לפתור תרגילים אלה גם לצורך הספירליות בלמידה, וגם כתזכורת של טריגונומטריה במשולש ישר-זווית.

סעיף ב

לאחר שדנו במצבים הדדיים של ישר ומעגל, נתמקד בסעיף ב' של הפרק בישר המשיק למעגל.

נשתמש במשפט שצוטט בעמוד 27 על הרדיוס המאונך למשיק בנקודת ההשקה.

נמצא משוואת משיק למעגל שמרכזו בראשית הצירים, בנקודה נתונה על המעגל.

בעמוד 35 - נתאר את התהליך הכללי למציאת משוואת המשיק הנ"ל.

ואחר כך יש דוגמה פתורה.

ניתן להחליף את הסדר. קודם להציג את הדוגמה הפתורה, ואחר כך את הדרך הכללית.

בעמוד 36 – יש דוגמה פתורה למציאת משוואת משיק למעגל שמרכזו בנקודה (a, b) , בנקודה נתונה על

המעגל.

התייחסות לשאלות לעבודה עצמית

תרגילים (1) – (2) עוסקים במעגל שמרכזו בראשית הצירים, ולכן ניתן ראשית לעסוק בדוגמה הפתורה

הראשונה בעמוד 35 ובתהליך הכללי למציאת משוואת המשיק במקרה הקנוני (שמעליה), לפתור מספר

תרגילים, ואז לעבור למעגל שמרכזו בנקודה (a, b) .

תרגילים (9) – (10) הינם תרגילים משולבים אנליטית עם טריגונומטריה.

סעיף ג

(החל מעמוד 40)

סעיף זה עוסק במעגל המשיק לצירים.

מתחילים בדוגמאות למקרים פרטיים, ואחר כך עוברים למקרה הכללי.

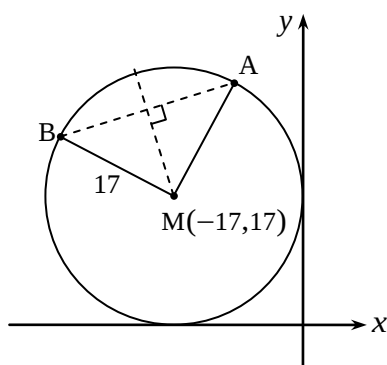
בכיתות חלשות ניתן לפתור את המקרים הפרטיים ללא הכללה.

התייחסות לשאלות לעבודה עצמית

תרגילים (12) – (14) הם תרגילים משולבים: הם דנים במעגל המשיק לצירים שנלמד בסעיף זה.

בתרגיל (12) יש להשתמש בדמיון משולשים.

בתרגיל (13) יש להשתמש בטריגונומטריה במשולש ישר-זווית.



בתרגיל (14) בסעיף (ד) יש להוריד אנך ממרכז המעגל למיתר AB,

להשתמש במשפט: קטע ממרכז המעגל המאונך למיתר, חוצה אותו,

ואז על ידי טריגונומטריה במשולש ישר-זווית למצוא את $\angle ABM$.

פרק 3 – קשתות, מיתרים וזוויות במעגל

הפרק עוסק בקשתות, מיתרים וזוויות במעגל.

הפרק שייך לגיאומטריה של המישור.

סעיף א

בעמוד 47 - נגדיר זווית מרכזית וזווית היקפית.

במשימה שבאה אחרי ההגדרות, התלמידים מתבקשים לזהות זוויות מרכזיות / היקפיות / לא מרכזיות ולא היקפיות. תלמידים רבים מתבלבלים בשלב הזה, ולכן יש חשיבות רבה למשימה זו. בהמשך הסעיף יש הגדרות ודוגמאות של קשת, גזרה, ומרחק מיתר ממרכז המעגל.

סעיף ב

סעיף זה כולל משפטים רבים בגיאומטריה של המישור. המשפטים מחולקים לקבוצות, ובהתאמה מחולקים גם התרגילים לעבודה עצמית. כל משפט מובא בייצוג מילולי ובייצוג מתמטי, ומלווה בסרטוט. כל משפט מלווה בהוכחה או בהמחשה מתוקשבת של המשפט, או במשימה פעילה להוכחה. אחר כך יש דוגמה פתורה המתמקדת במשפט שהוזכר. בכל סעיף, התרגילים הראשונים לעבודה עצמית מתמקדים במשפטים של אותו הסעיף. בהמשך התרגול יש תרגילים צוברים ידע.

קבוצת משפטים 1.ב

בקבוצה זו יש שני משפטים העוסקים בקשתות שוות, במיתרים שווים וזוויות שוות במעגל. בסוף הדוגמאות בסעיף זה יש 4 תרגילים, לתרגול ממוקד בשני משפטים אלו.

קבוצת משפטים 2.ב

בקבוצה זו יש משפט אחד בלבד, כיוון שהוא משפט מרכזי. במעגל, זווית היקפית שווה למחצית הזווית המרכזית הנשענת על אותה הקשת. בסעיף זה יש 19 תרגילים לעבודה עצמית. מומלץ להקדיש לסעיף זה לפחות 2 ש"ש.

קבוצת המשפטים 3.ב

בקבוצה זו יש שני משפטים העוסקים בזוויות היקפיות שוות.

קבוצת המשפטים 4.ב

בקבוצה זו יש משפט אחד על זווית היקפית הנשענת על הקוטר. משפט זה מאוד מרכזי. בספר יש 3 הוכחות שונות של המשפט הישר, המחשה מתוקשבת למשפט הישר ודוגמה פתורה. בסעיף זה יש 14 תרגילים לעבודה עצמית. תרגילים (1) – (8) הם תרגילים יישומיים פשוטים.

תרגילים (9) – (14) הם תרגילים משולבים: גיאומטריה אנליטית, גיאומטריה של המישור – המתמקדים בעיקר בתכנים של פרק זה, אבל יש גם תרגילים על חפיפת משולשים, שטחים ועוד.

קבוצת המשפטים 5.ב

בקבוצה זו יש שלושה משפטים, העוסקים באנך למיתר, העובר דרך מרכז המעגל.

לפי פריסת ההוראה, לפרק זה יש להקדיש לפחות 9 שעות.
אם נפרק את שעות ההוראה לפי סעיפים, נקבל:

ב.1 – 1 ש"ש

ב.2 – 2 ש"ש

ב.3 – 1 ש"ש

ב.4 – 2 ש"ש

ב.5 – 2 ש"ש.

פרק 4 – משיקים למעגל

נושא שני משיקים למעגל ירד במיקוד תשפ"ז.
יש ללמד מפרק זה את משפט (10) בלבד:
משיק למעגל מאונך לרדיוס המעגל בנקודת ההשקה, והמשפט ההפוך.
המשפט הוזכר והוסבר בעמוד 27 בספר הלימוד.

פרק 5 – משולש חסום במעגל

בפרק זה נדון במשולש חסום במעגל (או מעגל חוסם משולש).
נזכיר את האנך האמצעי שנלמד בכיתה יוד, כיוון שנקודת מפגש שלושת האנכים האמצעיים היא מרכז המעגל החוסם את המשולש.
חשוב לדעת היכן נמצאת נקודת מרכז המעגל החוסם ביחס למשולש – הנושא מסוכם בעמוד 95.

פרק 6 – ירד במיקוד תשפ"ז.

פרק 7 – יעלה לאתר בימים הקרובים.

פרק 8 – יעלה לאתר בימים הקרובים.

פרק 9 – תרגילי סיכום משולבים

תרגילי הסיכום המשולבים בפרק 9 הם ברמת בגרות, ומסכמים את נושא גיאומטריה במעגל שנלמד במהלך כיתה יא.

אנו ממליצים לקיים חזרה קצרה על טריגונומטריה במשולש ישר-זווית שנלמד בכיתה יוד. ניתן להיעזר בנספח עמודים 197 – 198.

במהלך הספר יש תרגילים המשלבים את נושא המעגל במישור או בגיאומטריה אנליטית עם טריגונומטריה במשולש ישר זווית.

בנוסף יש לקיים חזרה על משפט הסינוסים.