

מדריך למורה – מבוא

ספר זה הינו המדריך למורה לספר השני מסדרת אולימפוס:

מתמטיקה לתלמידי 4 יח"ל - חלק ב קדם אנליזה וחשבון דיפרנציאלי

המדריך למורה לספר של 4 יח"ל חלק ב עוסק בקדם אנליזה ובחשבון דיפרנציאלי ומיועד למורים המלמדים עם ספר זה.

בספר הלימוד בכל פרק תמצאו:

א. חלק תיאורטי. החלק התיאורטי מלווה בדוגמאות ובהסברים מפורטים.

ההגדרות והמסקנות מודגשות ברקע אפור ובמסגרת.

ב. דוגמאות פתורות. שאלות מלוות בפתרון מלא ובהסברים מפורטים.

ניתן להיעזר בדוגמאות הפתורות במהלך השיעור בכיתה, או להפנות אליהן תלמידים שזקוקים להסבר נוסף.

ג. תרגילים לעבודה עצמית. התרגילים בכל פרק בסדר קושי עולה ובהתאם לחלק התיאורטי ולדוגמאות.

במדריך למורה בכל פרק תמצאו:

א. פריסות הוראה. פריסות הוראה המותאמות לפריסות ההוראה המומלצות של הפיקוח על המתמטיקה.

בפריסות ההוראה אנו מציינים גם את שעות ההוראה המומלצות לכל נושא. זאת בהנחה שמלמדים 5 ש"ש.

יש להתייחס לשעות אלה בגמישות. ייתכן שיהיו נושאים שידרשו יותר זמן וכאלה, שפחות. זאת מסגרת הזמן המומלצת אך יש להתאימה לקצב של הכיתה. כמובן שאם יש יותר שעות הוראה, ניתן להעמיק יותר, לעבור על תרגילים נוספים או להתקדם מהר יותר.

ב. תרגילי ליבה. פירוט של תרגילי ליבה בפרק. הכוונה היא לתרגילים מומלצים לכיתה או כשיעורי בית על מנת להבטיח את הבנת התלמידים. כמובן שניתן ומומלץ לפתור תרגילים נוספים מהפרק.

לקראת מבחן ניתן לפתור את התרגילים שלא עברתם עליהם עדיין, להיעזר בתרגול הנוסף בנספחים בסוף הספר וכן בדפי עבודה נוספים שיועלו למדריך למורה כתרגילי סיכום וחזרה בנושאים השונים. המדריך למורה דיגיטלי ויתעדכן מדי פעם.

ג. דגשים מתמטיים ופדגוגיים הקשורים לנושא הנלמד.

אלגברה לפי הקשר וצורך – הפרקים בנושא האלגברה שלא נלמדו בחט"ב משולבים בספר לפי הקשר וצורך. לפני פרק שנדרשת בו טכניקה אלגברית שלא נלמדה בחט"ב, תהיה למידה של הטכניקה האלגברית המתאימה. חלק מהפרקים באלגברה שנלמדו בחט"ב מופיעים בנספח בסוף הספר. אם מורה מרגיש צורך לערוך חזרה קצרה בנושא מסוים, הוא יכול להיעזר בתרגילים שבנספח. אין הכוונה ללמד מחדש את הנושא אלא לערוך חזרה קצרה וממוקדת כאשר הדבר נדרש.

המחשה מתוקשבת – התלמידים יתנסו בפעילויות מתוקשבת מוכנות בגאוגברה, ישערו השערות הניתנות לבדיקה באמצעות היישומון ויוכלו לנסח למקרים כלליים. הלמידה הפעילה משפרת את ההבנה, מעודדת חשיבה ושיח מתמטי ותורמת להנאה של התלמידים.

פעילויות מתוקשבות נוספות לאלו המופיעות בספר, שנכתבו על ידי צוות משבצת, ניתן למצוא באתר האינטרנט של משבצת, בחומרים המשוויכים לספר זה.

פעילויות מתוקשבות משולבות גם בתרגילים כשאלות פתוחות הנעזרות בתוכנת DESMOS. בנספח ב' בסוף הספר יש עמודי הסבר על שימוש ב DESMOS לשימוש המורים והתלמידים.

כרך ב – 4 יח"ל כיתה יוד התשפ"ז

פריסת שעות

לחודשים ספטמבר – אוקטובר

על פי הפריסה של משרד החינוך לתכנה"ל החדשה.

המסמך מבוסס על ההנחות הבאות :

1. 5 שעות שבועיות מוקצבות להקבצה זו.
2. מתוכן מוקדשות לגיאומטריה.
3. מתוכן מוקדשות לחשבון דיפרנציאלי.
4. מתוך החודשיים, בניכוי החגים, יש חמישה שבועות וחצי של לימוד.

אקס: לחשבון דיפרנציאלי מוקדשות בחודשים אלו סה"כ 18 שעות.

הטבלה הבאה פורסת את הלימוד לפי מספרי עמודים בספר ולפי שעות עבור קדם אנליזה.

פרק	סעיף	נושא	עמודים	מספר שעות	רשימת תרגילי ליבה
1.1	א	מבוא	7-10	1	(3)
		גרף של פונקציה	11-12		
		תרגילים	21		
		חיתוך עם הצירים	12	1	(3) – (1)
		חיוביות ושליליות	13-14		
	ב	תרגילים	14	1	(13), (11) – (9), (7), (6), (4), ו, ח, ג, ו, ח, (1)
		עלייה וירידה	15		
		קיצון	16-20		
		תרגילים	21-25		
		סימטריה, זוגיות / אי-זוגיות, תרגילים	26-32 33-37		
1.2	א	פונקציה קווית	38-42	1	(8) – (6), (2), (1)
	ב	תרגילים	41-42	1	(9), (7) – (5), (1)
		פונקציה ריבועית	43-46 46-48		
	ג	פונקציית חזקה	49-51	1	(3) – (1)
	ד	פונקציית שורש	52		
		טרנספורמציות	53-57 60-62 65-67	8	(6), (4), (3), (1) (3) – (5), (10), (13), (14)
1.3		תרגילים	71-87		(2), (3), (6) – (14), (18), (21), (23), (27), (28), (34) – (36), (38), (39), (41), (42), (44)

דגשים מתמטיים ופדגוגיים – פרק 1

לפי פריסת ההוראה המומלצת של הפיקוח על המתמטיקה, בחודשים ספטמבר/אוקטובר יש ללמד את הנושאים המופיעים בשלושת הפרקים הראשונים בנושא קדם אנליזה (1.1, 1.2, 1.3).

פרק 1.1

בשיעורים הראשונים יילמדו הגדרות ומושגים החשובים כבסיס להגדרת הפונקציה כגון: קבוצות של מספרים, פונקציה, תחום הגדרה. נעסוק בייצוגים שונים של הפונקציה ונקשר ביניהם: ייצוג גרפי, מילולי, תבנית אלגברית וטבלת ערכים. הקישור בין הייצוגים השונים של הפונקציה חשוב מאוד ותורם להבנה. בסעיפים א, ב של הפרק כל השאלות (פרט לשאלות (1), (2), (12) בסעיף (ב)) איכותניות ומתבססות על הסרטוט הנתון על מנת להבין את המושגים שנלמדו.

בסעיף א נכיר את המושגים: קבוצות של מספרים, תחומים, פונקציה, גרף הפונקציה, חיתוך גרף הפונקציה עם הצירים, תחומי חיוביות ושליליות. המושג תחום חשוב למספר נושאים בהמשך כגון: תחום הגדרה, פעולות בקבוצות בהסתברות. מומלץ לעבור על הדוגמאות של הסעיף. בכיתה יוד עוסקים בפונקציות שתחום ההגדרה שלהן הוא R תחום סגור, או בפונקציה רציונלית (בסעיף ד') העיסוק בפונקציה רציונלית כולל תחום הגדרה שלה ייעשה בכיתה י"א.

בסעיף ב נכיר את המושגים הקשורים לעלייה וירידה של פונקציה ונקודות קיצון. הדוגמאות איכותניות ואינן דורשות חישובים.

התרגילים בעמ' 21 לפי סדר הנושאים בפרק.

מרבית השאלות איכותניות ומתבססות על ניתוח של גרף הפונקציה.

שאלות (3) – (11) איכותניות ומתבססות על גרף הפונקציה.

בתרגיל (12) נתונות פונקציות עם כלל ההתאמה שלהן ללא תיאור גרפי, אבל יש הפניה ל DESMOS על מנת לבדוק את התשובות לסעיפים השונים.

בסעיף ג נכיר את מושג הסימטריה על מנת להגדיר ולהבין משמעות גרפית ואלגברית של פונקציה זוגית/פונקציה אי זוגית/ פונקציה שאינה זוגית ואינה אי זוגית. נקשר בין ערכי הפונקציה, תבנית הפונקציה והייצוג הגרפי שלה.

כאשר צריך להחליט אם פונקציה היא זוגית/ אי זוגית/ אינה זוגית ואינה אי זוגית, ניתן כבסיס לקחת דוגמה מספרית ו"לחשוש" מאיזה סוג הפונקציה. אבל על מנת להוכיח שפונקציה זוגית/ אי זוגית, יש להוכיח באופן כללי. כדי להראות שפונקציה אינה זוגית ואינה אי זוגית, מספיק להביא ערך אחד שבה התנאי לא מתקיים.

בעמ' 31 מופיעה העמקה: בכיתות חזקות של 4 יח"ל ניתן לדון בסכום והפרש של פונקציות זוגיות ואי-זוגיות. יצורף יישומון מתאים לחקר.

ניתן להשתמש בתכונות הללו בתרגילים מעמ' 34: (5)-(ב), (6)-(ב), (7)-(ד), (8), (7), (8), ובתרגילים נוספים בהמשך הלמידה. תרגילים (1) – (8) בסעיף זה עוסקים במושג שנלמד (פונקציה זוגית/אי-זוגית/ אינה זוגית ואינה אי-זוגית) ובתרגילים הבאים יש שילוב של הנושא עם מושגים שנלמדו בסעיפים קודמים.

פרק 1.2

נחזור על תכונות הפונקציה הקווית והריבועית ונרחיב את משפחות הפונקציות שעל התלמידים להכיר: פונקציית חזקה ופונקציית שורש.

- בפונקציה הקווית נדגיש את השיפוע הקבוע כהכנה לפונקציות שבהן השיפוע אינו קבוע. נכיר היכרות ראשונית את פונקציית השורש שתורחב בהמשך. ניישם בכל הפונקציות הנ"ל את המושגים שנלמדו בפרקים קודמים.
- לפי פריסת ההוראה המומלצת של הפיקוח על המתמטיקה, פונקציית השורש מופיעה בשלב מאוחר יותר של השנה. ההיכרות עם פונקציית השורש, כפי שמופיעה בספר, אינה גוזלת זמן רב ויש לכך יתרונות רבים. אנו ממליצים לערוך היכרות ראשונית עם פונקציית השורש כבר בשלב זה מכמה טעמים:
- הרחבת משפחות הפונקציות שהתלמידים מכירים.
 - פונקציה שאינה מוגדרת לכל x ממשי.
 - בהמשך הספר, לפני שמלמדים לעומק את הנושא, יש התייחסות לפונקציית השורש.

פרק 1.3

נלמד על טרנספורמציות של פונקציות: הזזות, מתיחות, כיווצים, שיקופים ביחס לצירים וערך מוחלט. חלק מהנושאים נלמדו כבר בחט"ב, אבל בספר ההתייחסות היא כאל למידה מההתחלה. נושא זה חדש בתכ"ל הלימודים של 4 יח"ל ויש לו משקל רב בלימודי האנליזה. הנושא מופיע בפרק 1.3 אך משולב לאורך כל הספר בפונקציות השונות בחקירה איכותנית של הפונקציות.

כל טרנספורמציה תוצג באמצעות הביטוי האלגברי ובמשמעות הגרפית שלה. יש תמיד קישור בין הייצוגים השונים של הפונקציה. דבר התורם להבנה.

יש לשים לב ל**שמורות** הטרנספורמציה – תכונות הפונקציה המקורית הנשמרות בפונקציה לאחר הטרנספורמציה.

בהתחלה מוצגת כל טרנספורמציה בנפרד ובסעיף ו' יש שילוב של טרנספורמציות.

הטרנספורמציות בהן נדון: הזזה אנכית, הזזה אופקית, מתיחה אנכית/כיווץ אנכי, שיקוף ביחס לציר ה- x ושיקוף ביחס לציר ה- y . לטרנספורמציות יש יישומון גאוגבר. ניתן להיכנס ליישומון באמצעות סריקת קוד ה-QR בספר. מומלץ לתת לתלמידים להתנסות לבד ביישומון ולשער השערה לפי ההנחיות המופיעות ליד קוד ה-QR. עבודת החקר מעוררת עניין, מחדדת את ההבנה ומעודדת למידה עצמית.

למורה: לנוחיותך מיון התרגילים לפי סוגי הטרנספורמציות מופיע בטבלה שבעמוד הבא.

בסעיף ה. עמ' 62 נדון בפעולת הערך המוחלט ובערך מוחלט של פונקציות. הנושא חדש ב 4 יח"ל. בעמ' 64 יש פעילות חקר על ערך מוחלט של פונקציה שנעזרת ב DESMOS. מומלץ לתת לתלמידים להתנסות לבד, לערוך דיון כיתתי בנושא ולהגיע יחד איתם למסקנות המופיעות בעמ' 65. בסעיף ו. עמ' 68 נדון בשילוב של טרנספורמציות שנלמדו בסעיפים הקודמים. לעיתים נתונות הטרנספורמציות ויש לקבוע את התבנית האלגברית ואת הגרף הנוצר ולעיתים, הכיוון הפוך: נתונה התוצאה והשאלה היא אילו טרנספורמציות הופעלו.

בתרגילים (26) – (37) עמ' 75-77 יש 3 טרנספורמציות.

את כל התרגילים בסעיף זה ניתן לבדוק בעזרת DESMOS. מומלץ לעודד תלמידים לעשות זאת, לבדוק את עצמם ולנסות להבין בעצמם איפה ומדוע טעו. דבר זה מעודד בקרה עצמית ולמידה עצמאית.

טרנספורמציות

מספרי תרגילים מעמודים 71 - 79 ממוינים לפי סוג הטרנספורמציות

טרנספורמציה	תרגילים
הזזה אנכית	(7), (10), (39), (44)
הזזה אופקית	(1), (4), (6), (42)
הזזה אנכית + הזזה אופקית	(13), (19), (24)
מתיחה/כיווץ אנכי	(3), (9), (11), (41)
מתיחה/כיווץ + הזזה אופקית	(18)
שיקוף סביב ציר ה- x	(2), (8), (40)
שיקוף סביב ציר ה- y + הזזה אנכית	(22)
שיקוף סביב ציר ה- y + שיקוף סביב ציר ה- x	(14), (15), (16), (20), (21)
ערך מוחלט	(5), (12)
ערך מוחלט + הזזה אנכית	(17), (23), (43)
ערך מוחלט + הזזה אופקית	(25), (38)
שילוב של 3 טרנספורמציות	(26) – (37)

כרך ב – 4 יח"ל כיתה יוד התשפ"ז

פריסת שעות

לחודשים נובמבר – דצמבר

על פי הפריסה של משרד החינוך לתכנה"ל החדשה.

המסמך מבוסס על ההנחות הבאות :

1. 5 שעות שבועיות מוקצבות להקבצה זו.
2. מתוכן מוקדשות לגיאומטריה.
3. מתוכן מוקדשות לחשבון דיפרנציאלי.

לחשבון דיפרנציאלי מוקדשות בחודשים אלו סה"כ 25 שעות.

הטבלה הבאה פורסת את הלימוד לפי מספרי עמודים בספר ולפי שעות עבור קדם אנליזה.

פרק	סעיף	נושא	עמודים	מספר שעות	רשימת תרגילי ליבה
2		הגדרת הנגזרת	88-93	1	(5), (4), (3)
3		פונקציית הנגזרת	94-100	3	(2), (5), (7), (10), (12), (14), (16), (18), (20), (22), (24), (26), (29), (32), (34), (35), (36), (38)
4	א	חישובים שונים עם נגזרות עמודים : 101-115	101-103	3	(6), (10), (16), (18), (21)
	ב		104-106		(4), (8), (14), (16), (17), (23)–(26)
	ג		107-109		(4), (7), (9), (11)
	ד		110-112		(2), (4), (6), (9), (10), (12)
	ה		113-115		(3), (5), (6), (7), (11), (12), (15)–(18)
5		משוואת המשיק לגרף הפונקציה	116-121	2	(4), (7), (10), (13), (15), (18), (20), (24), (28)
6.1	ב	אי-שוויונות עמודים : 122-137	124-126	3	(7), (9), (15), (16)
	ג		126-129		(14), (17), (18), (20), (29), (30), (31)
	ד		130-137		(3), (7), (15), (20), (22)–(24), (28), (34), (40), (42), (43), (49), (50)
6.2	א	שימוש בנגזרת למציאת תחומי עלייה/ירידה ולמציאת נק' קיצון פנימיות של הפונקציה	138-143	4	(1), (6), (14), (23), (25), (26)
	ב		144-155		(4), (5), (10), (12), (20), (25), (29), (31)
7	א	פתרון משוואות וחקירת פונקציית פולינום עמודים : 156-168	156-158	2	(2), (8), (10), (14), (18)
	ב		159-168		(2), (3), (4), (9), (10), (12), (13), (14), (16), (17)
8		חקירת פונקציה בתחום (בקטע) סגור	169-174	3	(1), (3), (7), (8)
9		גרפים של פונקציות והקשר בין פונקציה והגרף שלה לנגזרתה	175-189	4	(6), (7), (10), (11), (13), (14), (17)–(21), (25), (27)

הנחה: 5 שעות שבועיות. 22 שעות בחודש. בדצמבר רק 17 עקב חנוכה.

דגשים מתמטיים ופדגוגיים – פרקים 2 - 9

לפי פריסת ההוראה המומלצת של הפיקוח על המתמטיקה, בחודשים נובמבר/דצמבר יש ללמד את הנושאים המופיעים בפרקים 2 – 9.

פרק 2

בפרק זה נגדיר את הנגזרת של פונקציה בנקודה תוך הבניית הידע.

בתחילה נזכיר קצב שינוי קבוע בפונקציה הקווית.

נדון בקצב שינוי שאינו קבוע.

נתחיל בדוגמה של הפונקציה $f(x) = x^2$.

נסמן נקודה קבועה $A(2,4)$ ונחשב שיפועי מיתרים כאשר הנקודות על גרף הפונקציה יתקרבו ל- A מימין ומשמאל.

נראה כי שיפועי המיתרים מתקרבים ל-4.

נגדיר את שיפוע גרף הפונקציה בנקודה A כ-4.

נגדיר את המשיק לגרף הפונקציה ואת השיפוע של גרף הפונקציה.

את הפתיח הנ"ל מומלץ לקיים בכיתה, כאשר התלמידים משתתפים פעילים.

תרגילים לעבודה עצמית עמודים 91 – 93

מומלץ לקיים דיון כיתתי על תרגיל (5).

בתרגיל (5) נחשב שיפועי מיתרים המתקרבים לנקודה קבועה על גרף הפונקציה $f(x) = x^2$, וננסה להגיע להכללה של שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בכל נקודה.

פרק 3

באופן דומה לתרגיל (5) בעמוד 92, ניתן להראות גם את הנוסחה לשיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = x^3$ בכל נקודה.

נגדיר את הנגזרת של $f(x) = x^n$.

נדון במשמעות הגיאומטרית של פונקציית הנגזרת, ונלמד כללים נוספים לחישוב נגזרות.

מומלץ להראות דוגמאות רבות וניתן לשלב משחק כאמצעי לימוד (בינגו, תחרות בין קבוצות ועוד...).

התרגילים לעבודה עצמית

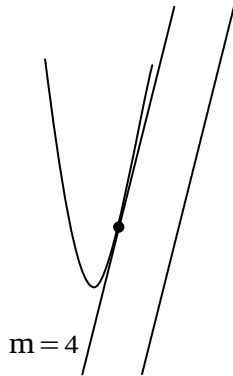
בעיקר טכניים על מנת שהתלמידים ישלטו בטכניקת הנגזרת לפני שממשיכים.

יחד עם זאת מומלץ להזכיר כל הזמן את משמעות הנגזרת.

פרק 4

חישובים שונים עם נגזרות

- א. ערך הנגזרת בנקודה תוך שימוש ידע קודם כגון פונקציה זוגית / אי-זוגית.
 עמוד 103 תרגילים (19) – (22) יש שימוש בפרמטר שיש לחשב את ערכו.
 מומלץ להציג לתלמידים שימוש בפרמטר באופן הבא: להתייחס אליו כאל מספר.
 "תדמינו שבמקום a כתוב 5" (או כל ערך מספרי אחר).
 ב. מציאת נקודה על גרף הפונקציה על פי ערך הנגזרת בנקודה
 בתחילת התרגול של סעיף זה – תרגילים פשוטים להבנה של השוואת הנגזרת לערך מספרי
 ופתרון משוואה פשוטה.
 בתרגילים (15) – (27) הניסוחים מעט יותר מורכבים ומוכנס בהם אלמנט של הבנת הנקרא.
 לתלמידים המתקשים מומלץ לקרוא את השאלה לפחות פעמיים, ולהסביר במשפט מה מבקשים בתרגיל.
 לעתים גם נוח לסרטט סקיצה כלשהי לדוגמה.
 בתרגיל (17) עמוד 106 מבקשים למצוא נקודה
 על גרף הפונקציה $f(x) = x^2$ שבה המשיק
 מקביל לישר שמשוואתו $y = 4x - 5$.
 המשיק והישר הנתון הם ישרים מקבילים בעלי אותו שיפוע.
 מחפשים נקודה על גרף הפונקציה $f(x) = x^2$
 שבה השיפוע שווה 4.
 שיפוע המשיק = נגזרת.
 מחליפים את המילים **שיפוע המשיק במילה נגזרת**.
 כלומר מחפשים נקודה שבה **שיפוע המשיק (הנגזרת) = 4**
 ולכן משווים את הנגזרת ל-4.
 ג. הנגזרת של מכפלת פונקציות – אנו מציגים כאן את המשפט על תרגיל קצר.
 בפונקציית פולינום כמובן ניתן להשתמש בחוק הפילוג המורחב ו"לפתוח סוגריים".
 השימוש העיקרי במשפט יבוא לידי ביטוי בפונקציות שאינן פונקציות פולינום:
 בכיתה יוד – פונקציה עם שורש.
 בסעיף זה נוכל ליישם את המשפט ולהראות שמתקבלת תוצאה זהה כאשר נפשט את הביטוי
 ו"נפתח סוגריים".
 ניתן לדחות למידת סעיף זה, אבל אנו ממליצים לא לעשות זאת, כיוון שכאן ניתן להראות שוויון
 בפתרון בדרכים שונות ולתרגל גם נגזרת של פולינום.
 ד. הנגזרת של פונקציה מורכבת
 בסעיף זה נלמד על המושג הרכבה של שתי פונקציות, וכיצד מחשבים נגזרת של פונקציה מורכבת.
 תלמידים רבים מתבלבלים בין מכפלה של פונקציות לבין פונקציה מורכבת.
 בתחילת הסעיף מוצגות שתי דרכים להסביר מהי פונקציה מורכבת.
 הראשונה, באמצעות הצבת ערך מספרי והשנייה על ידי ייצוג ויזואלי.
 לפני הצגת כלל השרשרת מומלץ לתרגל את פירוק הפונקציה.
 בהמשך הלמידה, בכיתה יוד, ייעשה שימוש בנגזרת של פונקציה מורכבת בנגזרת של פולינום.



ה. בסעיף זה יש תרגול נוסף בנושא נגזרת של פונקציית פולינום, לפני שעוברים למשוואות המשיק. בתרגילים שבסעיף זה יש שימוש רב יותר בפרמטרים, בכללי הנגזרת שנלמדו, בפונקציה מורכבת ובכלל המכפלה.

פרק 5

משוואת המשיק לגרף הפונקציה

אנו ממליצים להתחיל את הנושא בדוגמה שבעמוד 116 ואחריה להכליל. בפרק זה יש שאלות מסוגים שונים על מציאת משוואת משיק כאשר:

- נתון שיעור ה- x של נקודת ההשקה.
- נתון שיעור ה- y של נקודת ההשקה.
- המשיק מקביל לישר הנתון.
- המשיק מאונך לישר הנתון.

בשאלות (15), (20), (21), (24), (26) נתונה משוואת משיק לגרף הפונקציה.

מומלץ לדון בתנאים שבהם יש נותן $y = mx + b$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$. צריכים להתקיים שני תנאים:

(1) $f'(x_0) = m$ – שיפוע המשיק שווה לנגזרת הפונקציה בנקודת ההשקה.

(2) שיעורי ה- x וה- y של הפונקציה והמשיק בנקודת ההשקה שווים.

קיום תנאי אחד בלבד משני התנאים אינו מספיק.

תנאי (1) יכול להתקיים גם אם הישר מקביל למשיק.

תנאי (2) יכול להתקיים אם הישר חותך את המשיק.

בשאלות (21) – (28) יש פרמטר שצריך לחשב את ערכו.

יש סעיפי מדרגה שנועדו לכוון את התלמידים בפתרון.

בדרך כלל בפונקציית פולינום קל יותר להשוות את הנגזרת לשיפוע המשיק.

אחר כך יש לבדוק על ידי הצבה אם עבור שיעור ה- x שנמצא גם שיעור ה- y של הפונקציה ושל המשיק שווים.

פרק 6

סעיף א בפרק 6.2 גם עוסק בשימושי הנגזרת למציאת תחומי עלייה וירידה. חלק מהשאלות ניתנות לפתרון באמצעות פתרון אי-שוויונות, ולכן בפרק 6.1 נעסוק בפתרון אי-שוויונות מסוגים שונים. פרקי האלגברי מובאים לפי הקשר וצורך. בכיתה יוד נשתמש באי-שוויונות גם בפונקציית השורש (פרק 11).

פרק 6.1

עוסק בפתרון אי-שוויונות.

נפתור בדרך אלגברית ונקשר למשמעות הגרפית, דבר התורם להבנה. לא נעסוק באי-שוויונות רציונליים, שבהם יש משתנה גם במכנה, כיוון שזהו נושא השייך לכיתה י"א.

פרק 6.2 סעיף א

נסביר את הקשר בין עלייה וירידה של הפונקציה לבין ערך הנגזרת. בדוגמאות הפתורות בעמודים 140 – 141 נדון במקרים השונים:

- (1) האם הפונקציה עולה או יורדת בנקודה (דוגמאות (1), (2)).
- (2) הוכחה כי הפונקציה עולה לכל ערך של x (דוגמה (3)).
- (3) מציאת תחומי עלייה וירידה של הפונקציה (דוגמאות (4) – (6)).
- את (4) ואת (6) נפתור באמצעות אי-שוויונות.

בסעיף ב של פרק זה נראה דרך נוספת לפתרון. נזכיר כי גם אם הנגזרת מתאפסת בנקודה אך אין שינוי במגמת העלייה / ירידה, אז אותה נקודה נכללת בתחום העלייה / ירידה (הכוונה כמובן לנקודת פיתול, שלא נמצאת בתכנית הלימודים של 4 יח"ל).

בדוגמה (5) עמוד 141 יש שאלות למחשבה: אלו הן שאלות מטרימות, היוצרות עניין בקרב התלמידים. נדון בכך בסעיף ב.

תרגיל (25) עמוד 142 עוסק בחקר של הקשר בין חיוביות / שליליות הנגזרת בנקודה לבין עלייה / ירידה של הפונקציה.

ב- DESMOS ניתן לסרטט את הפונקציה הנגזרת

$$f(x) = x^5 - x^4 + 5x^2 + x,$$

נגדיר $y = f'(x)$ (כדי להגיע לסימן הנגזרת לוחצים על functions וגוללים למטה עד שמגיעים ל- CALCULUS ושם יש לחצן f' שמסמן " " במקום שבו אתם נמצאים).

פרק 6.2 סעיף ב

בסעיף זה נעסוק בנקודות קיצון מקומיות פנימיות, אך לפני כן (עמוד 144) נביא דוגמאות מחיי ביומיום שבהן נדרשת מציאת מקסימום / מינימום. זהו נדבך מרכזי בחקירת פונקציות ומציאת נקודות קיצון ותחומי עלייה וירידה. ניתן להשתמש בטבלת חקירה, בציר מספרים או לעתים בסרטוט הנגזרת. בספר אנו מציגים טבלת חקירה ושימוש בציר המספרים.

פרק 7

בסעיף ב של פרק זה נעסוק בחקירה מלאה של פונקציית פולינום.

לעתים יש צורך בפתרון משוואות מסוגים שונים.

בנספח א1 יש תרגול של פתרון משוואות. אם התלמידים לא זוכרים או מתקשים בפתרון המשוואות – ניתן לעשות חזרה קצרה לדוגמה: משוואה ריבועית חסרה - עמוד 264, שימוש בפירוק לגורמים לפתרון משוואה ממעלה גבוהה - עמוד 276, נושא שלא נלמד בכיתה יוד קודם ונזדקק לו בהמשך הפרק. לכן בסעיף א תוך כדי הלמידה, נזכיר פתרון משוואה ריבועית, פירוק לגורמים על ידי הוצאת גורם משותף, נלמד לפתור משוואות הנפתרות על ידי משוואה דו ריבועית ועל ידי הצבה פשוטה.

סעיף ב – חקירת פונקציית פולינום

לאחר שהכנו את התשתית, ניתן לחקור פונקציית פולינום.

יש 3 דוגמאות פתורות במלואן ושאלות לעבודה עצמית.

יש 10 תרגילים שהם תרגילי חזרה פשוטים ובהמשך אנו משלבים בשאלות ידע שנלמד בפרקים קודמים (הזזות, זוגית / אי-זוגית, ערך מוחלט).

פרק 8

חקירת פונקציה בתחום סגור

בתחילת הפרק יש חזרה על מושגים חשובים לחקירה בתחום סגור:

- מקסימום ומינימום מוחלטים. נזכיר כי לפונקציה רציפה בתחום סגור יש תמיד מינימום ומקסימום מוחלטים.
- נקודות קצה התחום נכללות בנקודות הקיצון המקומיות.

פרק 9

גרפים של פונקציות והקשר בין פונקציה והגרף שלה לנגזרתה

יש 4 דוגמאות פתורות המומלצות לתרגול בכיתה.

בדוגמאות (1), (2) יש ניתוח נתונים וקבלת החלטות מושכלת.

אנו מציגים את הפתרון תוך הכוונה לתהליך חשיבה שהתלמיד אמור לעבור.

בדוגמה (2) מסרטטים את גרף הנגזרת.

בדוגמה (3) מסרטטים את גרף הנגזרת על פי נתונים על הנגזרת, אחר כך באמצעות נתונים נוספים מסרטטים את $f(x)$.

בדוגמה (4) נתון גרף הנגזרת ומסרטטים את גרף הפונקציה.

בעמוד 179 יש טבלאות המסכמות את הקשר בין גרף הפונקציה וגרף הנגזרת.

שאלות לעבודה עצמית עמודים 180 – 187

בשאלות יש סרטוט גרף על פי נתונים, מעבר מגרף הפונקציה לנגזרת ולהיפך, מציאת נתונים על $f(x)$ מתוך הגרף של $f'(x)$, שאלות עם פרמטרים, הזזות, התייחסות לפונקציה זוגית / אי-זוגית.

כרך ב – 4 יח"ל כיתה יוד התשפ"ז

פריסת שעות

לחודשים ינואר – פברואר

על פי הפריסה של משרד החינוך לתכנה"ל החדשה.

המסמך מבוסס על ההנחות הבאות:

1. 5 שעות שבועיות מוקצבות להקבצה זו.
2. מתוכן מוקדשות לגיאומטריה.
3. 3 מתוכן מוקדשות לחשבון דיפרנציאלי.

לחשבון דיפרנציאלי מוקדשות בחודשים אלו סה"כ 14 שעות.

הטבלה הבאה פורסת את הלימוד לפי מספרי עמודים בספר ולפי שעות עבור קדם אנליזה.

פרק	סעיף	נושא	עמודים	מספר שעות	רשימת תרגילי ליבה
10		שימוש בנגזרות לפתרון בעיות ערך קיצון (מקסימום / מינימום)	190-209		לפי המיקוד תשפ"ז נושא בעיות קיצון ילמד בכיתה יוד רק אחרי שיסימו ללמוד את כל שאר הנושאים ואם יישאר זמן. * נושא בעיות קיצון עם פונקציית שורש ירד במיקוד תשפ"ז
	ב	בעיות מספרים	192-194		(1), (2), (4), (6), (7), (10)
	ג	בעיות גיאומטריות במישור	195-201		(1), (3), (4), (9), (12), (16), (17)
	ד	בעיות עם פונקציות וגרפים	202-207		(1), (3), (5), (6), (10), (12), (13), (15), (16), (18), (19)
	ה	בעיות הקשורות למחירים	208-209		(1), (4), (5)
11		פונקציות ומשוואות המכילות שורשים ריבועיים	210-215		
	א	תחום ההגדרה של פונקציות אי-רציונליות	210-211	2	(2), (10), (11), (14), (19), (21)
	ב	משוואות אי-רציונליות	212-215		(3), (5), (7), (9), (12), (15), (18), (24)
12		חשבון דיפרנציאלי של פונקציות עם שורשים ריבועיים	216-240		
	ב	הנגזרת, שימוש בנגזרת למציאת משוואת משיק	217-221	4	(1), (4), (5), (7), (8), (9), (11), (16), (21), (23)
	ג	שימוש בנגזרת למציאת תחומי עלייה וירידה, נק' קיצון מקומיות ומוחלטות	222-226	4	(1), (3), (5), (8), (10), (11), (14), (17), (18), (19)
	ד	שימוש בנגזרת לחקירת פונקציות	227-236	4	(2), (3), (5), (9), (11), (12), (14), (15), (18), (20), (25)
	ה	שימוש בנגזרת לפתרון בעיות קיצון * נושא בעיות קיצון עם פונקציית שורש ירד במיקוד תשפ"ז	237-240		הערה: לפי המיקוד תשפ"ז נושא בעיות קיצון ילמד בכיתה יוד רק אחרי שיסימו ללמוד את כל שאר הנושאים ואם יישאר זמן. (1), (2), (3), (5), (7), (8), (9), (10), (11), (12), (14), (17)
סה"כ 14 שעות					

דגשים מתמטיים ופדגוגיים – פרקים 10 - 12

פונקציות עם שורשים ריבועיים

נעסוק בפונקציות עם שורשים מהצורה $\sqrt{f(x)}$ כאשר $f(x)$ ממעלה שנייה לכל היותר. כאשר עוסקים בפונקציות עם שורשים ריבועיים נדרשת שליטה בטכניקה אלגברית כגון:

- אי-שוויונות (ממעלה שנייה לכל היותר)
- משוואות אי-רציונליות

בפרק 6.1 עסקנו באי-שוויונות ממעלה שנייה לכל היותר.

פרק 11

(עמודים 210 – 215)

בסעיף א – נדון בתחום ההגדרה של פונקציה אי-רציונלית.

נשתמש בתכנים שנלמדו בפרק 6.1 – פתרון אי-שוויונות ומערכות "או" / "וגם".

בסעיף ב – נלמד טכניקה אלגברית של פתרון משוואות אי-רציונליות.

יש לשים לב שלאחר העלאת שני אגפי משוואה בחזקה המתאימה (ריבועית – במקרה שלנו), וקבלת הפתרונות יש לבדוק האם הפתרונות מקיימים את המשוואה המקורית.

בדוגמה מס' 1 עמוד 212 הנושא מודגש, והנושא מוסבר בהערה (1).

בכל הדוגמאות בעמודים 213 – 214 יש לפסול פתרון אחד שהתקבל.

לא תמיד צריך לפסול את אחד הפתרונות, כדוגמת תרגיל (18) עמוד 214

במשוואות אי-רציונליות יש לבדוק תחום הצבה, אך אם יש בדיקת נכונות הפתרונות, לא חייבים לבדוק תחום ההצבה.

פרק 12

בסעיף א – נסכם את מה שנלמד בפרק 11.

בסעיף ב – נכיר ונוכיח את נגזרת הפונקציה $f(x) = \sqrt{x}$.

ההערות בעמוד 217 מדגישות:

(1) הפונקציה עולה לכל $x \geq 0$.

(2) אמנם הפונקציה $\sqrt{x}$ מוגדרת עבור $x = 0$, אבל הנגזרת – לא. בקבוצות חלשות ניתן לוותר על הנושא.

נזכיר את הפונקציה המורכבת ואת הכלל לנגזרת שלה, על מנת שנוכל לגזור פונקציות מהצורה $\sqrt{f(x)}$.

נושא זה נלמד בפרק 4 סעיף ד (עמוד 110).

נחזור על נושא זה וניעזר בדוגמאות (1) – (5) עמודים 218 – 219.

התרגילים לעבודה עצמית עמודים 220 – 221 ברמה בסיסית ומתרגלים נגזרת של פונקציות מהצורה $\sqrt{f(x)}$, מציאת משוואת משיק, ובשלושת התרגילים האחרונים יש שימוש בפרמטרים.

המשך בעמוד הבא <<<

בסעיף ג –

נתמקד במציאת תחומי עלייה וירידה ובנקודות קיצון מקומיות ומוחלטות בפונקציה מהצורה $y = \sqrt{f(x)}$.
הנושא של הוכחת אי-שוויונות הוא נושא שתלמידי 4 יח"ל חלשים יתקשו להתמודד איתו בשלב זה.
לתלמידים אלו מומלץ לחזור לתרגילים מהסוג הזה לקראת בחינת הבגרות בכיתה יא.
הנושא מופיע בעמוד 223 דוגמה (2), ובעמוד 226 תרגילים (19) – (21).

סעיף ד –

חקירת פונקציות מהצורה $y = \sqrt{f(x)}$ כאשר $f(x)$ פולינום ממעלה 2 לכל היותר, ומהצורה $y = g(x) \cdot \sqrt{f(x)}$ כאשר $g(x)$ ממעלה 2 לכל היותר ו- $f(x)$ ממעלה 1 לכל היותר. בכיתה יא תהיה הרחבה של הנושא ונעסוק בפונקציות $y = g(x) \cdot \sqrt{f(x)}$, כאשר $f(x)$, $g(x)$ ממעלה 2 לכל היותר.

נקודות שכדאי לשים לב אליהן:

- נקודת קצה התחום היא גם נקודת קיצון.
- יש לכלול את נקודת קצה התחום בתחומי העלייה והירידה.
- אם בשאלה לא מבקשים במפורש להבחין בין קיצון מוחלט וקיצון מקומי, אין צורך לעסוק בכך.
- יתכן שיהיה צורך בחזרה קצרה על נגזרת של מכפלת שתי פונקציות.
- כאשר גוזרים פונקציית מכפלה מהצורה $y = g(x) \cdot \sqrt{f(x)}$ ומשווים לאפס, יש לשים לטכניקה האלגברית הנדרשת של מכנה משותף.
- כל נקודה המתקבלת מפתרון משוואה – יש לבדוק שהיא נמצאת בתחום ההגדרה.

בסעיף זה יש שימוש בנושאים שנלמדו במהלך השנה, כגון:

- אי-שוויונות למציאת תחום הגדרה.
- הזזות
- פונקציה זוגית ואי-זוגית
- נגזרת של מכפלת פונקציות
- פתרון משוואה אי-רציונלית
- מציאת מכנה משותף בביטוי עם שורש

תרגילים לעבודה עצמית עמודים 230 – 232

- בתרגילים הראשונים (1) – (5) מתייחסים רק לתחום הגדרה ולתחומי עלייה וירידה של הפונקציות.
- בתרגילים (7) – (18) יש חקירה סטנדרטית של פונקציה.
- בשאר תרגילי הפרק יש שאלות הדורשות חשיבה, פרמטרים, הזזות ועוד.
- תרגילים נוספים בנושא ניתן למצוא בפרק 14 בסעיף ב, עמוד 251, תרגילים (18) – (32), ובנספח 2א עמוד 302.