מדריך למורה – כיתה יא 3 יחידות לימוד התמצאות במישור ובמרחב

מבוא

מתמטיקה לתלמידי כיתה י"א - 3 יחידות לימוד – אשכול התמצאות במישור ובמרחב

"אשכול התמצאות במישור ובמרחב" (אשכול גאומטרי) הוא האשכול השני מתוך שלושה אשכולות המיועדים ללימוד מתמטיקה בכיתה י"א ברמה של 3 יחידות לימוד.

האשכול הראשון הוא "אשכול חברה ומדע" והאשכול השלישי הוא "אשכול כלכלי פיננסי".

אחת המטרות של תוכנית הלימודים החדשה במתמטיקה היא ללמד נושאים מתמטיים באמצעות שאלות מציאותיות מחיי היומיום.

השאלות ב"אשכול התמצאות במישור ובמרחב" הן ברובן שאלות אורייניות, לפי רוח התוכנית,

העוסקות בתחומי תוכן הקרובים לעולמו של התלמיד, כמו: רזולוציה של מסך מחשב, עפיפונים, פגיעה במטרה, רכיבה על אופניים, צריכת דלק של מכונית, אדריכלות, יישומונים בסמארטפון, אצטדיון אתלטיקה, משחק ביליארד, המראת מטוסים, תכשיטים, מגרש כדורגל, תפאורת במה, פיצה, חדר כושר, חוף ים, כדורסל, צילום "סלפי" במצלמה.

רוב השאלות הן שאלות מתפתחות, שאלות שבהן מוסיפים מידע לנתון ובהתאם למידע שנוסף נשאלות שאלות נוספות.

התכנים המתמטיים באשכול זה מחולקים ל- 3 יחידות:

- יחידה 1 – יחס, פרופורציה וקנה-מידה בהקשר אורייני
- יחידה 2 – דמיון משולשים בהקשר אורייני
- יחידה 3 – טריגונומטריה

מה אפשר למצוא בספר ?

(1) **קטעי מידע** מחיי היומיום הקשורים להתמצאות במישור ובמרחב, ומאפשרים המחשה לשימוש בידע המתמטי הנלמד ולצורך במדידות ובחישובים בחיי היומיום בתחומים שונים (פיקסלים ורזולוציה, צפיפות אוכלוסין, כלי בשם קטפולטה).

(2) **משימת פתיחה** שהנושא שלה עוסק בתוכן שכתוב בקטע המידע וכשמה כן היא.

זוהי לרוב משימה שהשאלות בה הן איכותיות.

המשימות לרוב מלוות בתרשימים, מפות ותיאור אורייני העושה שימוש במושגים המתמטיים הנלמדים.

השאלות מעוררות **שיח בכיתה** ומדגישות את הנחיצות בלימוד הנושא המתמטי שבפרק.

אנו ממליצים לעשות את המשימה בכיתה **ולדון עליה**.

משימות הפתיחה וקטעי המידע מהווים כניסה רכה של התלמידים ללימוד הנושא המתמטי.

לעיתים מופיעה גם משימה חישובית אחרי משימת הפתיחה.

(3) **תאוריה** מלווה בהסברים, בהגדרות ובדוגמאות פתורות.

המסקנות, ההגדרות והסיכומים מוקפים במסגרת וכתובים על רקע תכלת.

(4) במידת הצורך כתוב **סיכום** של כל מה שנלמד בפרק. הסיכום כתוב במסגרת על רקע תכלת.
כאשר מופיעה מסקנה בסיכום שיש לה גיבוי בדוגמה פתורה, יש גם הפנייה לדוגמה המתאימה.

(5) בסוף כל סעיף יש **תרגילים לעבודה עצמית**.
התרגילים מסודרים לפי רמת קושי עולה.
לעיתים התרגילים הראשונים הם תרגילים בסיסיים המתרגלים את נושא הפרק.
בהמשך יש שאלות אוריינות עם "סיפור", ובתוכן שזורים חישובים מתמטיים בנושא הפרק.
בסוף כל פרק יש פתרונות סופיים.

(6) בסוף 3 היחידות בספר יש **תרגילי סיכום** המכילים את **כל** החומר שנלמד עד כה.
אנו ממליצים לפתור שאלות אלו כהכנה למבחן או כתרגול נוסף לתלמיד שמעוניין.

(7) **הנספחים א – ג** שבסוף ספר זה משמשים כחזרה וחיזוק של נושאים שנלמדו בעבר לנוחות המורה / התלמיד לפי הצורך.

נספח א: שאלות נוספות בנושא מרובעים (מקבילית, מלבן, מעוין, ריבוע, טרפז)

נספח ב: דלתון
נספח ב הוא בעצם יחידת לימוד שלמה על הדלתון, ומיועד בעיקר לתלמידים שלא למדו על הדלתון בשנים קודמות.

נספח ג: המרת יחידות, נוסחאות ואחוזים
נספח ג מכיל תזכורות בנושאים אלה מאחר שנעשה בהם שימוש במהלך הלמידה לאורך הספר.

נספח ד: נוסחאון מתמטיקה 3 יח"ל
בנספח זה מצורף הנוסחאון אותו יפגשו התלמידים בבחינת הבגרות לפי התוכנית החדשה.

מה אפשר למצוא <u>במדריך למורה</u> ?

(1) **מבוא** לכל היחידה כולל הדגשים הקשורים לחומר הלימוד.

(2) **פריסת הוראה מומלצת.** הפריסה כוללת: נושא לימוד והעמודים הרלוונטיים בספר הלימוד, מספר שעות ההוראה המומלץ והעמודים הרלוונטיים בספר הלימוד שבהם נמצאים התרגילים לעבודה עצמית.
<u>שימו לב</u>: מספר שעות ההוראה **גמיש**. יש להתאים את מספר שעות **ההוראה** בכל נושא לרמת התלמידים בכיתה ולמספר שעות ההוראה השבועיות בכל בית ספר.
הדבר כמובן נתון לשיקול דעתו של המורה והוא יחליט באיזה נושא להעמיק ובאיזה נושא לא להעמיק.

(3) **דגשים מתמטיים ופדגוגיים** בקשר לנושא הנלמד.
נושאים של ידע מקדים, סעיפים שאנו ממליצים להדגיש או לדון בהם בכיתה ולהסב את תשומת לבם של התלמידים.

פריסת שעות הוראה

על פי הפריסה של משרד החינוך לתוכנית הלימודים החדשה,
ל"אשכול התמצאות במישור ובמרחב" מוקדשות 30 שעות הוראה.
חשוב שכל מורה יתאים את הפריסה לרמת תלמידיו.

שימו לב: פריסת הוראה **לשנת תשפ"ו** ונושאים **שלא יילמדו**, ראו באתר **"משבצת"**.

יחידה 1 : יחס, פרופורציה וקנה-מידה בהקשר אורייני

ליחידה זו מוקדשות 5 שעות הוראה.

סעיף	מספר שעות לפי המלצת "משבצת"	עמודי תאוריה	עמודי תרגילים
סעיף א יחס	3	7 – 12	13 – 18
סעיף ב פרופורציה	1	20 – 26	27 – 34
סעיף ג * קנה-מידה	1	36 – 41	42 – 49

* **לפי המיקוד, בשנת תשפ"ו לא יילמד נושא קנה-מידה (סעיף ג).**

יחידה 2 : דמיון משולשים בהקשר אורייני

ליחידה זו מוקדשות 10 שעות הוראה.

סעיף		מספר שעות לפי המלצת "משבצת"	עמודי תאוריה	עמודי תרגילים
סעיף א ריענון – זוויות ומשולשים		2	51 – 54	55 – 59
סעיף ב משולשים דומים		2	61 – 66	67 – 74
סעיף ג משפט דמיון ז. ז.		2	76 – 80	81 – 86
סעיף ד תכונות של משולשים דומים	ד1	2	87 – 88	89 – 97
	ד2	2	99 – 103	104 – 112

יחידה 3 : טריגונומטריה

ליחידה זו מוקדשות 15 שעות הוראה.

סעיף		מספר שעות לפי המלצת "משבצת"	עמודי תאוריה	עמודי תרגילים
סעיף א משולש ישר-זווית		1	114 – 116	116 – 121
סעיף ב שימוש בפונקציות טריגונומטריות לחישובים במשולש ישר-זווית	ב1	1	123 – 128	129 – 132
	ב2	1	134 – 139	140 – 143
	ב3	1	144 – 149	150 – 152
	ב4	2	153 – 155	156 – 163
סעיף ג משולשים המתפרקים למשולשים ישרי-זווית		3	165 – 169	169 – 179
סעיף ד זווית עומק וזווית גובה		2	181 – 184	184 – 190
סעיף ה צורות גאומטריות המתפרקות למשולשים ישרי-זווית	ה1*	1	192 – 200	201 – 210
	ה2*	3	212 – 216	216 – 229

שימו לב: *

לפי המיקוד, בשנת תשפ"ו לא יילמד נושא מצולעים בעלי יותר מארבע צלעות בטריגונומטריה.

נושא זה מופיע בספר במקומות הבאים:

בסעיף ה1 - עמודים 198 – 199

בסעיף ה2 - עמודים 215 – 216

תרגילים (22) – (26) בעמודים 227 – 229

תרגילי סיכום

תרגילי הסיכום בעמודים 231 – 240, מתאימים לתרגול לפני מבחן מסכם.

פרק תרגילי הסיכום מכיל את **כל** החומר שנלמד עד כה ב- 3 יחידות הלימוד.

יחידה 1: יחס, פרופורציה וקנה-מידה

רציונל

ביחידה זו נלמד על מושג **היחס**.

כאשר היחסים שווים אנו אומרים שמתקיימת **פרופורציה**.

קנה-מידה הוא היחס בין הגודל בתרשים לבין הגודל במציאות.

כלומר פרופורציה וקנה-מידה הם בעצם הרחבה של מושג היחס.

בשפות אחרות מבדלים בין שני סוגי יחס:

(1) יחס מסוג Rate

(2) יחס מסוג Ratio

(1) יחס מסוג Rate הוא יחס היוצר **מושג חדש**.
הוא נוצר, בדרך כלל, מתופעות פיסיקליות.
למשל, מהירות: היחס בין אורך הדרך לבין הזמן.
לגדלים ביחס כזה יש כינויים **שונים**.

(2) יחס מסוג Ratio נוצר כאשר קיימת השוואה בין גדלים בעלי אותו כינוי.
לפיכך, יחס זה הוא **מספר** __**ללא**__ כינוי.
למשל, היחס בין הגיל של רוני לגיל של בנו.

בשפה העברית **אין הבדל** בין שני סוגי היחס.

במסגרת לימוד נושא היחס, מוזכר בצורה עקיפה גם הנושא של חלוקה ביחס נתון (ראו דוגמה **(3)** בעמוד 10).

תוכן מתמטי נדרש

– צמצום שברים
– השוואה בין שברים
– פתרון משוואות ממעלה ראשונה
– המרת יחידות מידה
– אחוזים

דגשים מתמטיים ופדגוגיים

סעיף א : יחס

מומלץ לקרוא בכיתה את הכתוב במסגרת התכלת בעמוד 7 ,
וגם את ההערות בנושא יחס, המופיעות במסגרת התכלת בעמוד 12 .

<u>התייחסות לתרגילים לעבודה עצמית</u>

<u>עמוד 13 –</u>

תרגילים **(1)**– **(2)** תרגילים בסיסיים.

תרגיל **(3)** – מומלץ לקרוא את קטע המידע, המופיע לפני שאלה זו.

<u>עמוד 14 –</u>

תרגיל **(4)** – **שימו לב:** בסעיף (ג) הגינה היא בצורת **ריבוע**.
היחס בין הצלעות שלו הוא $1:1$ כי כל צלעותיו שוות באורכן.
אפשר להפנות את התלמידים לנקודה הרביעית הכתובה במסגרת בעמוד 7 .
הערה: $1:1=1$.

<u>עמוד 15 –</u>

שאלות **(8)** – **(9)** – מומלץ לקרוא את קטע המידע המופיע לפני שאלות אלו.

(9) (א) צפיפות האוכלוסין גדולה יותר כאשר יש הרבה תושבים על שטח קטן.
מהתבוננות בטבלה **בלבד** קשה לדעת מבלי לחשב באיזו מדינה צפיפות האוכלוסין היא הגדולה ביותר. אולי אפשר לנסות לאמוד...
אבל גם אומדן מתבסס על חישוב מסוים.

(ב) סעיף זה הוא סעיף חישובי, ובזכותו נדע **בוודאות** מהי התשובה הנכונה לסעיף (א).

<u>עמוד 16 –</u>

שאלה **(12)** – סעיף (ב) 2. זוהי שאלה פתוחה.
כל תלמיד יענה בהתאם לנתון שהוסיף בסעיף (ב) 1.
סעיף זה מרמז על התשובה בסעיף (ב) 1.
התשובה לסעיף (ב) 1. היא כמובן : שלא ניתן לקבוע מהו שטח הגינה על פי הנתונים,
ולכן יש להוסיף נתון. התשובה הפשוטה ביותר לדעתנו היא למשל :

(ב) 1. הנתון הנוסף הוא : אורך צלע הבריכה הוא 7 מטרים.
2. נתון כי היחס בין אורך צלע הבריכה לבין אורך צלע הגינה הוא $7:10$.
לפיכך בהתאם לנתון הנוסף, מתקבל : אורך צלע הגינה הוא 10 מטרים.
צורתה – ריבוע, לפיכך שטחה של הגינה הוא 100 מ״ר.

שאלות **(13)** – **(14)** הן שאלות מעולמם של התלמידים (מסכים, רזולוציה ...).

<u>עמוד 17 –</u>

שאלה **(16)** – שאלה זו עוסקת ביחס מסוג Rate .
יש לזכור את הנוסחה המקשרת בין מהירות זמן ודרך (זמן $\times$ מהירות $=$ דרך).

<u>עמוד 18 –</u>

(20) (א) אין אפשרות לקבוע על פי הנתונים מהו שטח המודעה.
אנחנו יודעים **רק** את היחס בין אורכי צלעותיה.
יש להוסיף נתון על אורך אחת הצלעות, ואז למצוא את אורך הצלע הסמוכה.
מכפלת אורכי הצלעות היא שטח המודעה.
שימו לב: בהוספת הנתון יש להתחשב בגודל ממדי העיתון !

סעיף ב : פרופורציה

פרופורציה היא שוויון בין יחסים.

כאשר השוויון מתקיים, אומרים שמתקיימת פרופורציה.

כבר בסעיף (א) יש דוגמאות ושאלות על שוויון יחסים (הטרמה) כמו :

דוגמה **(2)** בעמוד 9 ,

שאלה **(3)** בעמוד 13 .

קטע המידע בעמוד 21 הוא קטע מעניין ומומלץ לקרוא אותו בכיתה.

<u>התייחסות למשימת הפתיחה – עמוד 20 –</u>

זוהי משימה אינטואיטיבית שמטרתה להמחיש את השוויון בין היחסים.

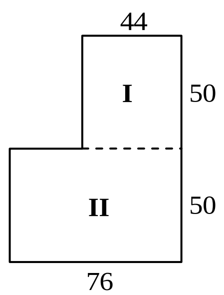
(א) 1. מחלקה ③ צפויה לקבל את השטח **הגדול ביותר**, כי יש בה את מספר העובדים **הגדול ביותר** (75 עובדים).

2. מחלקה ① צפויה לקבל את השטח **הקטן ביותר**, כי יש בה את מספר העובדים **הקטן ביותר** (15 עובדים).

(ב) שטח א – מחלקה ② , שטח ב – מחלקה ③ , שטח ג – מחלקה ① .

(ג) שטח א – $2,800$ מ״ר ($56\cdot 50=2,800$).

שטח ג – $1,200$ מ״ר ($50\cdot 24=1,200$).



שטח ב מורכב משני מלבנים כמתואר בסרטוט.

נחשב את שטחם :

שטח מלבן **I** : $2,200$ מ״ר ($44\cdot 50=2,200$).

שטח מלבן **II** : $3,800$ מ״ר ($76\cdot 50=3,800$).

ולכן, שטח ב הוא $6,000$ מ״ר ($2,200+3,800=6,000$).

יחס במתמטיקה שקול לפעולת חילוק.

היחסים המתקבלים מהמנה בין מספר העובדים בכל מחלקה לבין השטח המוקצה לה הם :

עבור מחלקה ① : $\frac{15}{1,200}=0.0125$,

עבור מחלקה ② : $\frac{35}{2,000}=0.0125$,

עבור מחלקה ③ : $\frac{75}{6,000}=0.0125$.

הערה: אין להסתמך על מראה עיניים !

שטח א "נראה" ריבוע, אך הוא **מלבן** שממדיו 56×50 !

<u>התייחסות לתרגילים לעבודה עצמית</u>

<u>עמוד 27 –</u>

שאלות **(1)** – **(3)** – תרגול בסיסי.

יש צורך לדעת פתרון משוואות ממעלה ראשונה עם מכנים.

(תלמידים וגם מורים נוהגים לפתור תרגילים מהסוג המופיע ב- **(1)** ו- **(2)** בעזרת טכניקה המכונה "כפל בהצלבה").

כמו כן יש צורך לדעת להשוות בין שברים.

מומלץ להזכיר ולהתייחס **לתחום ההצבה**, גם אם לא רשום בפירוש בהוראת השאלה.

שאלות **(4)** – **(6)** – שאלות אורייניות קצרות המתרגלות שוויון בין יחסים.

<u>עמוד 28 –</u>

שאלות **(8)** , **(10)** הן שאלות אורייניות, שבהן היחס הוא מסוג Rate .

היחס יוצר מושג חדש : **(8)** – צריכת דלק.

(10) – קצב דיווש.

<u>עמוד 29 –</u>

שאלה **(15)** – עבור סעיף (ב) נדרש ידע בסיסי באחוזים.

גדול ב- 20% פירושו : כפל ב- 1.2 .

<u>עמוד 30 –</u>

שאלה **(17)** – למי ששכח, יש תזכורת על מציאת שטח עיגול.

(בשאלה **(20)** כבר אין תזכורת).

<u>עמוד 31 –</u>

שאלה **(18)** – שאלה אוריינית מתפתחת ארוכה.

מומלץ לעשות אותה בכיתה.

3 סוגי ארגזים, 2 דירות, וּמִחְזוּר (עשוי אולי קצת לבלבל).

שאלה **(19)** – יחס בין 3 גדלים.

בנוסף, יש להיעזר בנוסחה $S = v \cdot t$.

<u>עמוד 33 –</u>

שאלה **(22)** – יש לשים לב שסלילת השביל מחייבת שימוש בחול, אבנים ובטון !

<u>עמודים 33– 34 –</u>

שאלות **(23)** – **(25)** – שאלות אורייניות מתפתחות.

מסומנות ב- ★ בגלל אורכן.

לכן גם נמצאות בסוף הסעיף.

סעיף ג : קנה-מידה

קנה-מידה הוא דוגמה מחיי היומיום לשימוש במושג **היחס**.

קנה-מידה קיים במפות, בתרשימים של תכניות עבודה ועוד.

קנה-מידה עושה שימוש גם במושג הפרופורציה, שנלמד בסעיף קודם.

היחס בין הגדלים במפה (או בתרשים המסורטט) **שווה** ליחס בין הגדלים במציאות.

מומלץ לקרוא את הסיכום הנמצא במסגרת התכלת בתחתית עמוד 36 .

<u>התייחסות לתרגילים לעבודה עצמית</u>

כל התרגילים בסעיף זה הם אורייניים.

כדי להקל על התלמידים, המילה **תרשים / מפה** צבועה בתכלת, והמילה **במציאות** צבועה באדום.

<u>עמוד 42 –</u>

שאלה **(1)** – הצבעים עוזרים לתלמיד לפתור את השאלה.

$$\frac{\text{מפה}}{\text{מציאות}} = \frac{1}{500} = \frac{29}{x} \Rightarrow x = 14,500$$

<u>*שימו לב:*</u> הפתרון שהתקבל עבור x הוא בס״מ !

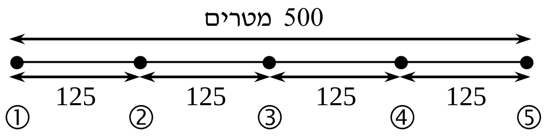
כי הנתון הוא 29 **ס״מ**.

המרת היחידות תיתן : 145 מטרים $=$ 14,500 ס״מ $= x$

<u>עמוד 44 –</u>

שאלה **(5)** – יש **להזכיר** : אומדן – **איננו** חישוב מדויק.

מספר תחנות האוטובוס :



לא לשכוח את התחנה בתחילת הכביש המרכזי ובסופו !

שאלה **(6)** – יש צורך בידע בסיסי בנושא אחוזים.

אחוזים מחושבים תמיד **מתוך** הכמות הכללית !

<u>עמוד 45 –</u>

שאלה **(8)** – שאלה אוריינית המשלבת מחירים בנוסף לקנה-המידה.

<u>עמוד 47 –</u>

שאלה **(11)** – בסעיף האחרון נדרש :

✓ שימוש בנוסחה $S = v \cdot t$.

✓ המרת יחידות : מהירות הצעידה נתונה **במטר לשנייה**, ומבקשים למצוא זמן **בדקות**.

<u>***תזכורת:***</u> 60 שניות $= 1$ דקה. 1,000 מטרים $= 1$ ק״מ.

<u>עמוד 47 –</u>

שאלה **(12)** – **רק לחדד** –

מעגל הוא **קו** עקום סגור.

עיגול הוא **השטח** החסום על ידי המעגל.

רק בשפה העברית יש הבחנה בין השניים.

השכונה בנויה על **שטח** (לכן עיגול).

דליה ועופר **מקיפים** את השכונה, לפיכך הם צועדים לאורך חצי **המעגל**.

<u>עמוד 48 –</u>

שאלה **(14)** – *<u>שימו לב</u>:* אם רוצים לדייק, בכוננית יש 2 מדפים.

אבל תקרת המגירות יכולה לשמש גם היא להנחת ספרים.

לכן בסעיף (ג) כתוב **שלושת** מדפי הכוננית.

<u>עמוד 49 –</u>

שאלות **(15)** – **(16)** – שאלות אורייניות מתפתחות ארוכות, לכן הן נמצאות בסוף הסעיף.

בשאלה **(15)** משולבים מחירים.

בשאלה **(16)** יש להיעזר בנוסחה $S = v \cdot t$.

התרגילים המומלצים לפתרון בכיתה

יחידה 1	תרגיל	עמוד
סעיף א	(4)	14
	(7)	14
	(8)	15
	(12)	16
	(20)	18
סעיף ב	(12)	28
	(13)	29
	(18)	31
	(22)	33
סעיף ג	(5)	44
	(9)	46
	(11)	47
	(14)	48

יחידה 2 : דמיון משולשים בהקשר אורייני

רציונל

המילה דמיון קיימת בחיי היומיום וגם במתמטיקה.

במתמטיקה הפירוש שלה מן הסתם מדויק יותר וחד משמעי.

דמיון משולשים עושה שימוש בנושא **היחס**, שנלמד ביחידה 1 .

מטרות היחידה הן :

- ✓ הכרת הדמיון בדרך אינטואיטיבית.
- ✓ הכרת השוויונות של משולשים דומים.
- ✓ הכרת התנאי לדמיון משולשים : משפט ז. ז.
- ✓ הכרת התכונות של משולשים דומים : יחס ההיקפים ויחס השטחים.
- ✓ שימוש בנושא דמיון משולשים בחיי היומיום.

הערה : ברוב השאלות הדמיון בין המשולשים נכתב לפי סדר ההתאמה בין הקודקודים.
זה נוח יותר, ומקל על התלמידים, אבל אין הכרח בזה !
ההכרח קיים רק כשמדברים על **חפיפת משולשים**.

תוכן מתמטי נדרש

- משפט פיתגורס
- צמצום שברים
- המרת יחידות מידה
- אחוזים
- שורש ריבועי

דגשים מתמטיים ופדגוגיים

סעיף א : ריענון – זוויות ומשולשים

כאמור זהו סעיף ריענון של נושאים שנלמדו בשנים קודמות.
מוזכרים כל סוגי הזוויות : צמודות, קודקודיות, מתאימות, מתחלפות, חד-צדדיות.
וכל סוגי המשולשים : שווה-שוקיים, שווה-צלעות וישר-זווית.
המלצת **"משבצת"** היא להקדיש שתי שעות לימוד לריענון זה.
לפי שיקול דעתו של המורה, אפשר להקדיש לריענון פחות זמן אם התלמידים זוכרים.

<u>התייחסות לתרגילים לעבודה עצמית</u>

<u>עמוד 55 –</u>

(3) שאלה אוריינית. שאלה **פתוחה**.

(א) לפי התקן : $70° < \measuredangle AOD < 110°$.
כל תלמיד יכול לבחור גודל אפשרי כרצונו.
לפי הסרטוט, $\measuredangle AOD$ "נראית" זווית חדה, אז סביר להניח שהתלמידים יבחרו עבורה ערך קטן מ- $90°$.
שימו לב: זה המקום להדגיש שמראה עיניים בגאומטריה **איננו קובע** !
נבחר למשל $\measuredangle AOD = 95°$ ($70° < 95° < 110°$).

(ב) $\measuredangle EOB$ היא זווית קודקודית ל- $\measuredangle AOD$, ולכן שווה לה. $\measuredangle EOB = 95°$

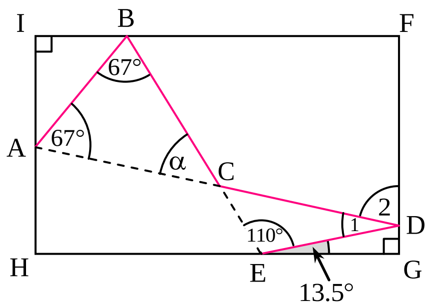
(ג) $\measuredangle BOD$ היא זווית צמודה ל- $\measuredangle AOD$.
סכום זוויות צמודות הוא $180°$, לכן : $\measuredangle BOD = 180° - \measuredangle AOD =$
$= 180° - 95° = 85°$

<u>עמוד 56 –</u>

(7) (ג) חישוב זוויות יראה ש- $AC \perp BD$.
צריך להתקבל : $\measuredangle AOD = 90°$.

שאלות **(8)**, **(11)**, **(12)**, **(14)** הן שאלות אורייניות.

<u>עמוד 58 –</u>



(11) מסלול הכדור מסומן בסרטוט באדום, כדי להקל על ההבנה.
התלמיד צריך להבין ש- ΔABC הוא משולש שווה-שוקיים ($CB = CA$),
ולהיעזר בעובדה ששתי זוויות הבסיס שלו שוות ביניהן ($\measuredangle CAB = \measuredangle CBA = 67°$).

(א) $\alpha = 180° - 2 \cdot 67° = 46°$

(ב) $\measuredangle D_1 = 180° - \measuredangle DCE - \measuredangle CED = 180° - 46° - 110° = 24°$

(ג) $\measuredangle EDG + \measuredangle DEG = 90°$ — נתון $\measuredangle G = 90°$ (ב- ΔDEG)
$\measuredangle EDG + 13.5° = 90° \Rightarrow \measuredangle EDG = 76.5°$ — הצבה.
$\measuredangle GDF = \measuredangle D_2 + \measuredangle D_1 + \measuredangle EDG = 180°$ — $\measuredangle GDF$ היא זווית שטוחה.
$\measuredangle D_2 + 24° + \measuredangle EDG = 180°$ — הצבה.
$\measuredangle D_2 + 24° + 76.5° = 180° \Rightarrow \measuredangle D_2 = 79.5°$

עמוד 59 –

(14) *שימו לב:* יש **שמונה** מפרשי הצללה, והנתונים הם על מפרש הצללה **אחד**.
בשאלה זו יש להיעזר בתכונה של משולש שווה-שוקיים שבו הגובה לבסיס הוא גם תיכון וגם חוצה-זווית.
(ב) *שימו לב:* מבקשים את שטח הבד הדרוש לתפירת שמונת מפרשי ההצללה, **לפני** שגזרו מהם עיגול.
(ג) *תזכורת:* היקף המעגל מחושב כך : $P = 2\pi r$, כאשר r הוא רדיוס המעגל.

סעיף ב : ריענון – משולשים דומים

המטרה של סעיף זה היא להראות שהזוויות במשולש האחד **שוות** בהתאמה לזוויות המשולש האחר הדומה לו.

כמו כן, היחס בין הצלעות המתאימות במשולשים דומים הוא אותו יחס ונקרא : יחס הדמיון.

בסעיף זה התלמיד לומד לעשות חישובים שונים כשידוע ששני משולשים דומים, והוא גם לומד לזהות אם המשולשים הם משולשים דומים או לא.

שימו לב: אנחנו מדברים כאן על 6 שוויונות.
3 שוויונות בין זוויות, ו- 3 שוויונות ביחסים בין צלעות מתאימות.

למורה: סעיף זה דן **בתנאים ההכרחיים** (**ידוע** שהמשולשים דומים).
הסעיף הבא דן **בתנאי מספיק**. (**מתי** משולשים ייקראו משולשים דומים).

המלצת **"משבצת"** היא ללמד סעיף זה במשך 2 שעות הוראה.
המורה, על פי שיקול דעתו, יחשוב אם ללמד סעיף זה במשך שעה אחת או שעתיים.

התייחסות לתרגילים לעבודה עצמית

הערה: כשמדברים על יחס הדמיון (מסומן ב- k), **חשוב מאוד** לציין יחס בין מה למה.
למשל, אם היחס בין א ל- ב הוא $2:5$, אז היחס בין ב לא הוא $5:2$.

השאלות האורייניות בסעיף זה הן : **(7)**, **(8)**, **(9)**, **(10)**, **(13)**, **(14)**, **(15)**.
מטרתן להראות שימוש במשולשים דומים ותכונותיהם בחיי היומיום.

עמוד 67 –

(1) (א) היחס הוא בין המשולש הגדול לבין המשולש הקטן.
(ב) היחס הוא בין המשולש הקטן לבין המשולש הגדול.
(ג) היחס הוא בין המשולש הקטן לבין המשולש הגדול.
(ד) היחס הוא בין המשולש הקטן לבין המשולש הגדול.
(ה) היחס הוא בין המשולש הקטן לבין המשולש הגדול.

המשולשים הם משולשים שווי-שוקיים ולכן :
$$AB = 12 \Rightarrow BC = 12$$
$$FR = 20 \Rightarrow FL = 20$$

שימו לב: בחלק מהסעיפים יש שני נתונים במשולש האחד ונתון בודד במשולש האחר.
התלמיד צריך לזהות על פי הנתונים מהן הצלעות המתאימות.

<u>עמוד 68 – 68 –</u>

(2) – **(6)** תרגול בסיסי להבנת המהות של שני משולשים דומים.

<u>עמוד 70 –</u>

(8) מראים כאן איך הידיעות בנושא משולשים דומים יכולות לעזור בפתרון בעיה מציאותית.
חישוב עומק של בור להנחת צינור מים.

<u>עמוד 71 –</u>

(9) **למורה:** דמיון נשען על מושג **היחס**.
כמו שיחס יכול להיות בין יותר מ- 2 גורמים, כך גם דמיון יכול להתקיים בין **יותר** מ- 2 משולשים.
בשאלה זו יש דמיון בין שלושה משולשים שווי-שוקיים.

<u>עמוד 72 –</u>

(12) (ג) +(ד) + (ה)

<u>שימו לב:</u> כרגע התלמידים אינם יודעים עדיין את משפט הדמיון ז. ז.
לכן הם צריכים להראות **6** שוויונות.
ששת השוויונות הם :

$\Delta ABC \sim \Delta ADE$

$\measuredangle A = \measuredangle A$ זווית משותפת.

$\measuredangle C = \measuredangle DEA = 90^\circ$ נתון.

$\measuredangle B = \measuredangle ADE$ כל אחת מהן משלימה את סכום הזוויות ל- 180° במשולש בו היא נמצאת.

$$\frac{BC}{DE} = \frac{8}{4} = \frac{2}{1} \quad , \quad \frac{AC}{AE} = \frac{6}{3} = \frac{2}{1} \quad , \quad \frac{AB}{AD} = \frac{\sqrt{6^2+8^2}}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{10}{5} = \frac{2}{1}$$

<u>שימו לב:</u> יחס הדמיון בין ΔADE (הקטן) לבין ΔABC (הגדול) הוא $1:2$!
יחס הדמיון בין ΔABC (הגדול) לבין ΔADE (הקטן) הוא $2:1$.

(13) זוהי שאלה אוריינית, ויש בה דמיון בין **3** משולשים שווי-צלעות.
אגב, **כל** המשולשים שווי-הצלעות הם משולשים דומים.
זוהי הטרמה למשפט הדמיון ז. ז. , שכן, כל זוויותיו של משולש שווה-צלעות הן בנות 60° .

<u>עמוד 73 –</u>

(14) (א) יש לזכור – זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים שוות זו לזו.

סעיף ג : משפט דמיון ז. ז.

זהו סעיף המדבר על **תנאי מספיק** להוכחת דמיון משולשים.

בכיתה י״א ברמה של 3 יח״ל, אנחנו מלמדים **רק** משפט דמיון אחד שהוא : ז. ז.

הסעיף נפתח במשימה במחשב.

המשימה עוזרת לתלמיד להבין שמספיק למצוא 2 זוויות במשולש אחד השוות בהתאמה ל- 2 זוויות במשולש אחר, כדי ששני המשולשים יהיו דומים.

כאשר המשולשים דומים, **בהכרח** מתקיימים כל **ששת** השוויונות.

הערה: המשפט ז. ז. הוא משפט **דמיון** **<u>ולא</u>** משפט חפיפה !

<u>התייחסות לשאלות לעבודה עצמית</u>

שאלות **(1)** – **(7)** : שאלות תרגול בסיסיות.

שאלות **(8)** – **(13)** : שאלות אוריינויות.

<u>עמוד 83 –</u>

(7) זוהי שאלה פתוחה.

יש בה 3 זוגות של משולשים דומים :

$$\Delta ADG \sim \Delta ABF$$

$$\Delta AGE \sim \Delta AFC$$

$$\Delta ADE \sim \Delta ABC$$

יש צורך להשתמש בעובדה ש- $DE \parallel BC$, ושנוצרות זוויות מתאימות שוות.

<u>עמוד 84 –</u>

(8) יש כמובן להשתמש במשפט דמיון ז. ז. הנלמד בסעיף זה. כך :

$$\measuredangle A = \measuredangle NBK = 90^\circ$$

$$\measuredangle MKA = \measuredangle BKN$$ זוויות קודקודיות שוות זו לזו.

(9) הגפרורים שווים באורכם, לכן כל המשולשים במגן דויד שהכינה נופר הם משולשים שווי-צלעות.

זוויותיו של משולש שווה-צלעות הן בנות 60° כל אחת.

לפיכך, **כל** המשולשים שווי-הצלעות דומים !

(13) גרם מדרגות קיים בקניונים. המושג איננו זר לתלמידים ☺ .

סעיף ד : תכונות של משולשים דומים

בסעיף זה אנו עוסקים ביחס ההיקפים בין משולשים דומים, וביחס השטחים בין משולשים דומים.

יחס ההיקפים – אינטואיטיבי מאוד ומובן.

הסיבה: קיים יחס קבוע בין הצלעות המתאימות, אז בהכרח זה יהיה אותו היחס בין ההיקפים, כי היקף הוא סכום צלעות המצולע.

יחס השטחים – אולי קצת יותר קשה להבנה, אבל משימת הפתיחה של סעיף ד2 עוזרת להבין אותו.

זוהי משימת המחשה, ובדרך כלל, אדם מטבעו "מאמין" למה שהוא עושה במו ידיו ☺ .

<u>התייחסות לשאלות לעבודה עצמית בסעיף ד1</u>

שאלות **(1)** – **(5)** בעמודים 89 – 90 : שאלות תרגול בסיסיות.

שאלות **(6)** – **(15)** בעמודים 91 – 97 : שאלות אורייניות מתפתחות.

<u>עמוד 92 –</u>

(8) (א) שני המשולשים: תיק הבד והפריט העיצובי התפור עליו, הם משולשדים שווי-שוקיים.

כדי להראות ששני המשולשים דומים, מספיק למצוא 2 זוויות במשולש אחד השוות בהתאמה לשתי זוויות במשולש האחר.

במקרה זה:

$\measuredangle D = 56^\circ$ נתון.

$\measuredangle F = \measuredangle E = \frac{180^\circ - 56^\circ}{2} = 62^\circ$ סכום זוויות ב- ΔDEF הוא 180°,

ΔDEF הוא שווה-שוקיים.

$\measuredangle C = 62^\circ$ נתון.

$\measuredangle B = \measuredangle C = 62^\circ$ ב- ΔABC , שהוא משולש שווה-שוקיים,

זוויות הבסיס שוות זו לזו.

$$\measuredangle A = 180^\circ - \measuredangle B - \measuredangle C =$$

$$= 180^\circ - 62^\circ - 62^\circ = 56^\circ$$

<u>שימו לב:</u> יחס ההיקפים בא לידי ביטוי בשאלה זו בסעיף (ב).

<u>עמוד 94 –</u>

(10) (א) $\measuredangle K$ היא זווית הנמצאת בשני המשולשים.

לפיכך נותר למצוא עוד זווית אחת השווה בשני המשולשים.

לשם כך יש לזכור שהמדף AB מקביל לצלע CD של המסגרת,

ונוצרות זוויות מתאימות שוות.

תלמידים שלא זוכרים, מוזמנים להציץ בטבלה המופיעה בסעיף א בעמוד 52 ,

המרכזת את כל סוגי הזוויות.

(11) (א) גם בשאלה זו יש להיעזר בזוויות מתאימות בין ישרים מקבילים, וב- $\measuredangle B$,

המשותפת לשני המשולשים.

מראים דמיון באמצעות משפט הדמיון ז. ז.

<u>עמוד 96 –</u>

(14) הסיבה ששאלה זו מסומנת בכוכבית היא שהיחס הנתון הוא $\sqrt{2}$.

בסעיף (ד) בשאלה זו, יש לזכור שלבניית חזית הבית, השתמשו ב- **4** מוטות עץ.

<u>עמוד 97 –</u>

(15) בשאלה זו משולבים שלושה נושאים: – קנה-מידה
– יחס ההיקפים
– מהירות זמן דרך

זוהי השאלה האחרונה בסעיף זה.

<u>שימו לב:</u> בסעיף (ד) התלמיד מתבקש לתת תשובות **בדקות**,
והמהירות נתונה ביחידות של **מטרים לשנייה** !

<u>התייחסות לשאלות לעבודה עצמית בסעיף ד2</u>

מומלץ מאוד לבצע את המשימה בעמוד 99 .

המשימה ממחישה מדוע היחס בין השטחים של שני משולשים דומים **שווה** ליחס הדמיון בריבוע.

שאלות **(1)** – **(7)** בעמודים 104 – 107 : הן שאלות תרגול בסיסיות.

שאלות **(8)** – **(17)** בעמודים 107 – 112 : הן שאלות אורייניות מתפתחות.

<u>עמוד 107 –</u>

(8) (א) בהתאם לדרישות התוכנית, נעשה שימוש בנושא שנלמד בסעיף הקודם.
יש להראות ששני המשולשים דומים לפי משפט הדמיון ז. ז.
יש כאן משולשים שווי-צלעות, וכבר הראינו ש**כל** המשולשים שווי-הצלעות
הם משולשים דומים.

<u>עמוד 108 –</u>

(9) – **(10)** כדאי להזכיר את הנוסחה לחישוב שטח משולש.

(9) המשולשים הם ישרי-זווית. שטח משולש ישר-זווית מחושב על ידי מחצית מכפלת ניצביו.

(10) שטח משולש שווה-שוקיים מחושב על ידי מחצית המכפלה בין הבסיס והגובה לבסיס.

<u>עמודים 109 – 110 –</u>

(11) – **(13)**

הוכחת הדמיון בין המשולשים נעשית בעזרת משפט הדמיון ז. ז.

בשאלות **(11)** ו- **(13)** משולבים מחירים, בשלב האחרון של השאלה המתפתחת.

<u>עמוד 111 –</u>

(15) מי לא אוהב פיצה ? והרבה... ☺

פיצה היא **עגולה**, מחולקת ל"**משולשי פיצה**", וארוזה בקופסה **ריבועית / מלבנית**.

<u>שימו לב:</u> בסעיף (ד) מבקשים את שטחה של הקופסה שבה ארוזה הפיצה של רן.
לא מבקשים את ממדיה כי זה **מסובך יותר**.
כלומר מחשבים את שטח תחתית הקופסה שהיא בצורת ריבוע או מלבן.

התשובה היא: השטח הוא 600 סמ"ר, אבל ממדי המלבן אינם ידועים.

<u>שימו לב:</u> למשל, קופסה בצורת מלבן שממדיו הם 2×300 לא תתאים,
למרות ששטחה הוא 600 סמ"ר !

עמוד 112 –

(16) נתון שהיקף אריח ב קטן מהיקף אריח א **פי** 2, כלומר יחס הדמיון בין אריח ב לבין אריח א הוא $1:2$.

לפיכך יחס השטחים בין שטח אריח ב לבין שטח אריח א הוא $1:4$.

שטח אריח א חושב בסעיף (א) (0.06 מ״ר),

לכן שטח אריח ב הוא 0.015 מ״ר ($\frac{x}{0.06}=\frac{1}{4} \Rightarrow x=0.015$).

כדי לדעת כמה אריחים נחוצים, נחשב כך: $\frac{24}{0.015}=1,600$

דרך קלה יותר:

בסעיף (ב) חישבנו שדרושים 400 אריחים מהסוג של אריח א לריצוף החדר.

שטח אריח ב קטן **פי** 4 משטח אריח א, לכן לריצוף החדר נחוצים **פי** 4 יותר אריחים מסוג אריח ב.

לפיכך נחוצים $1,600$ אריחים כאלה ($400 \cdot 4=1,600$).

(17) בשאלה זו נדרש ידע בנושאים המתמטיים הבאים:

- ✓ זוויות קודקודיות שוות זו לזו.
- ✓ חישוב שטח משולש (מחצית המכפלה בין הצלע לגובה לצלע).
- ✓ זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים שוות זו לזו.
- ✓ דמיון משולשים לפי משפט דמיון ז. ז.

יחידה 3 : טריגונומטריה

רציונל

טריגונומטריה היא נושא שטרם נלמד עד כה.
להבדיל מנושא היחס, הפרופורציה, קנה-המידה ודמיון המשולשים, שבעבר נלמדו בכיתות חטיבת הביניים, טריגונומטריה הוא נושא **חדש** לתלמידים.
התלמידים יכירו בשלב זה של הלימוד את המקשים tan , sin , cos ואת מקש ה- SHIFT במחשבון, וכיצד להשתמש בהם.
בסעיפים ב1, ב2, ב3 , אנו מסבירים את מהות הפונקציות הטריגונומטריות (כל אחת בנפרד), ובסעיף ב4 עושים בהן שימוש בהקשר אורייני.
הפונקציות הטריגונומטריות נלמדות במשולש ישר-זווית.
שימו לב: התלמיד צריך להבחין איזו מהצלעות של המשולש נמצאת ליד / מול הזווית הנתונה.

אז מה עושים כשהמשולש **איננו** ישר-זווית ?
מחלקים אותו למשולשים ישרי-זווית.
באותו אופן פועלים בסעיף ה, שבו אנו מדברים על מצולעים בעלי יותר משלוש צלעות.
חשוב בעיקר לדבר על המרובעים השונים, שאותם התלמידים מכירים מלימודים קודמים.
בסעיף ה1 יש ריענון על תכונות המרובעים השונים.

הפונקציות הטריגונומטריות עוסקות גם הן ביחס בין צלעות.
כך שלאורך **כל** חלק ב, מושג **היחס** עובר כחוט השני ומופיע בצורות שונות בנושאים שונים.

תוכן מתמטי נדרש

- משולש ישר-זווית
- תכונות המרובעים השונים
- משפט פיתגורס
- אחוזים
- המרת יחידות מידה

דגשים מתמטיים ופדגוגיים

סעיף א : משולש ישר-זווית

זהו סעיף ריענון.

התלמידים פגשו משולש ישר-זווית בלימודיהם כבר בכיתה ז.

שמות הצלעות של משולש ישר-זווית הם : ניצב, ניצב, יתר.

כדי להקל על התלמידים, המילה **מול** צבועה בירוק, והמילה **ליד** צבועה בכתום.

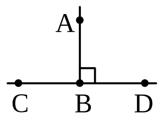
<u>*שימו לב:*</u>

- שני הניצבים **מאונכים** זה לזה.
- **היתר** הוא הצלע הארוכה ביותר במשולש ישר-זווית, והוא נמצא מול הזווית הישרה.
- **לא תמיד** שני קטעים המאונכים זה לזה הם ניצביו של משולש ישר-זווית.

למשל :

$AB \perp CD$,

אבל AB ו- CD **אינם** נקראים ניצבים.



<u>התייחסות לתרגילים לעבודה עצמית</u>

עמודים 116 – 118 – שאלות **(1)** – **(7)** : תרגול בסיסי.

בכיתה שבה התלמידים זוכרים, אפשר בהחלט לדלג, לשיקול המורה כמובן.

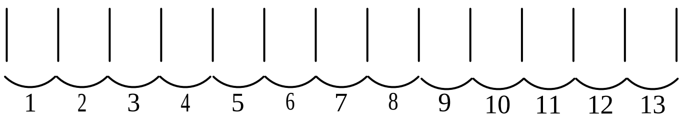
עמודים 119 – 121 – שאלות **(8)** – **(12)** : שאלות אורייניות.

מעניינות יותר כי יש בהן "סיפור" מציאותי.

גם הן עוסקות בזיהוי הצלעות ושיום שלהן בהתאם.

<u>עמוד 121 –</u>

(12) סעיף (ד) מסומן ב- ★, כי צריך לשים לב : 14 מוטות ברזל כאשר שניים מהם נמצאים בשני קצות מעקה הזכוכית !



לכן אורך המדרגות הוא 10.4 מטרים ($0.8 \cdot \mathbf{13} = 10.4$).

סעיף ב : שימוש בפונקציות טריגונומטריות לחישובים במשולש ישר-זווית

סעיף ב1 – לימוד המשמעות של טנגנס זווית חדה במשולש ישר-זווית.

סעיף ב2 – לימוד המשמעות של סינוס זווית חדה במשולש ישר-זווית.

סעיף ב3 – לימוד המשמעות של קוסינוס זווית חדה במשולש ישר-זווית.

בכל אחד משלושת הסעיפים האלה יש משימה אינטרנטית פותחת.
התלמיד סורק ברקוד ובודק וחוקר את משמעות היחסים בין הצלעות השונות.
בכל סעיף התלמיד לומד על פונקציה טריגונומטרית **אחת**.
אחרי המשימה המתוקשבת, יש משימה המלמדת שימוש במחשבון עבור היחסים שנלמדו.
הקפדנו שבכל הסעיפים גודל הזווית יהיה **זהה** ($36.87°$).
מצאנו לנכון ללמד כל פונקציה טריגונומטרית בנפרד.
רק בסעיף ב4 יש שלוב של כל הפונקציות הטריגונומטריות בשאלות אורייניות.
סיכום קצר על כל אחת מהפונקציות הטריגונומטריות נמצא במסגרת תכלת.
$\tan\alpha$ – בעמוד 124
$\sin\alpha$ – בעמוד 135
$\cos\alpha$ – בעמוד 145
מומלץ מאוד לקרוא בכיתה ולהעתיק למחברת.

<u>התייחסות לתרגילים לעבודה עצמית</u>

<u>עמוד 143 –</u>

(14) (ג) זוהי שאלה **פתוחה**.
$\measuredangle A = 30°$ (נתון $\sin\measuredangle A = \frac{1}{2}$)
לפי הגדרת הסינוס : $\sin\alpha = \frac{\text{הניצב מול } \alpha}{\text{היתר}}$
לכן יש לדרוש : $\frac{1}{2} = \frac{\text{הניצב מול } \alpha}{\text{היתר}}$.
כמובן שיש אינסוף אפשרויות.
למשל, $\frac{4}{8} = \frac{BC}{AC} = \frac{\text{הניצב מול } \alpha}{\text{היתר}}$.

למורה: אפשר לציין שמתקבלים משולשים דומים, כי לפי משפט דמיון ז. ז,
יש בכל משולש זווית ישרה וזווית שגודלה $30°$.

הערה:
יש הקוראים למשולש $30°$, $60°$, $90°$ "משולש הזהב". זאת **טעות** !
היחס בין הזוויות $30°$, $60°$, $90°$ הוא $1:2:3$.
"משולש הזהב" הוא משולש שווה-שוקיים שזוויותיו : $72°$, $72°$, $36°$.
הוא נקרא כך כי היחס בין אורך השוק לאורך הבסיס שווה ליחס שנקרא
"יחס הזהב", שהוא בקירוב 1.618 ($\frac{1+\sqrt{5}}{2}$).

<u>עמוד 152 –</u>

(11) זוהי שאלה **פתוחה**.

מטרתה לבדוק שאכן מושג ה- cos ברור לתלמידים.

קוסינוס הזווית מוגדר כ- $\cos\alpha = \frac{\text{הניצב ליד } \alpha}{\text{היתר}}$.

$\measuredangle M = 60^\circ$ (נתון) ($\cos\measuredangle M = \frac{1}{2}$).

לפיכך יש לדרוש: $\frac{MK}{MR} = \frac{1}{2}$.

יש אינסוף אפשרויות. למשל: $\frac{MK}{MR} = \frac{16}{32}$.

שימו לב: גם בשאלה זו מתקבל משולש שזוויותיו הן 30° , 60° , 90° .

למורה: אפשר להזכיר את העובדות הבאות:

- ✓ $\measuredangle R$ מתייחסת ל- $\measuredangle M$ מתייחסת ל- $\measuredangle K$ ביחס $1:2:3$.
- ✓ במשולש שזוויותיו 30° , 60° , 90° מתקיים:
  הניצב מול הזווית הקטנה (30°) שווה למחצית היתר.

<u>פתרון משימה עמוד 153 –</u>

יש כאן שימוש בפונקציית טנגנס ($\tan\alpha$) לקביעת גובה התורן (CB) של המפרש.

$$\tan\measuredangle CAB = \frac{CB}{BA}$$

<u>עמודים 156 – 157 –</u> שאלות **(1)** – **(4)** : תרגול בסיסי בשלוש הפונקציות הטריגונומטריות.
התלמיד צריך לזהות בכל שאלה, מהי הפונקציה הטריגונומטרית שבה הוא צריך להשתמש בהתאם לנתונים.

<u>עמודים 157 – 163 –</u> שאלות **(5)** – **(18)** : שאלות אורייניות מתפתחות, שפתרונן נעשה באמצעות פונקציות טריגונומטריות.

<u>עמוד 157 –</u>

(5) שאלה מעולם התוכן של התלמיד.

<u>עמוד 159 –</u>

(10) שאלה מעולם התוכן של התלמיד.

<u>עמוד 160 –</u>

(12) מלבד השימוש בטריגונומטריה, לומד התלמיד בשאלה זו שתי מילים חדשות: רום ושלח.
לפי תקן הבנייה, רום של מדרגה הוא בערך 17 ס״מ.

<u>עמוד 161 –</u>

(14) ספירליות. יש כאן שני משולשים דומים.

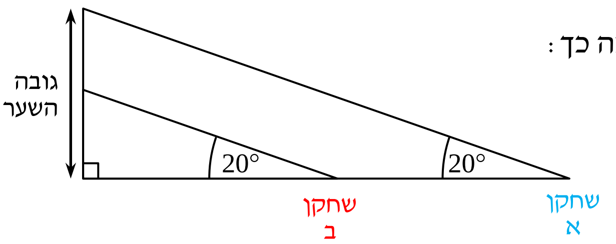
<u>עמוד 162 –</u>

(15) שאלה מעולם התוכן של התלמיד.

<u>שימו לב:</u> שחקן א : **<u>לא</u>** הבקיע שער.

שחקן ב : **<u>כן</u>** הבקיע שער.

(ב) מי שינמק באמצעות סרטוט, הסרטוט ייראה כך :



למורה: זוהי הזדמנות לדבר על:

✓ משולשים דומים

✓ זוויות בין ישרים מקבילים

✓ וכמובן טריגונומטריה

(16) גם בשאלה זו יש השוואה בין שני תלמידים.

הפעם ההשוואה היא בגודל הזווית.

בשאלה הקודמת ההשוואה הייתה באורך אחד הניצבים.

<u>עמוד 163 –</u>

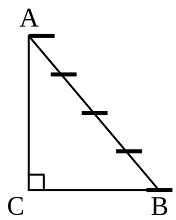
שאלות **(17)** – **(18)** שאלות אחרונות בסעיף ב4 .

מסומנות ב- ★ כי הן רבות מלל ואולי מעט מורכבות.

(17) המילה ***מקסימלי*** דורשת **חידוד**. היא גם מודגשת.

בשאלה זו נוצר משולש ישר-זווית, אבל יש לקחת בחשבון גם את גובה המשאית עליה נמצא המנוף.

(18) בשאלה זו, כמו בשאלה **(12)** (מדרגות בקניון), יש לקחת בחשבון את מספר המוטות המקבילים לקרקע, כדי לחשב את גובה סוכת המציל (AC).



האיור עוזר לתלמידים לחשב את אורך AB .

$AB = 40 \cdot \mathbf{4} =$ 160 ס״מ

<u>שימו לב:</u>

בין 5 מוטות מקבילים יש **4** רווחים.

סעיף ג : משולשים המתפרקים למשולשים ישרי-זווית

כמו שנאמר, כדי להשתמש בפונקציות טריגונומטריות אנו זקוקים למשולש ישר-זווית.

ואם אין... יוצרים אותו.

בסעיף זה עוסקים בחישובי פונקציות טריגונומטריות כאשר נתון משולש כלשהו.

הדרך הפשוטה ביותר היא – לסרטט גובה במשולש, וכך ליצור שני משולשים ישרי-זווית.

<u>פתרון משימה בעמוד 165 –</u>

(א) ΔFKM , ΔRKM

(ב) ΔDAB , ΔDAC

(ג) ΔPKT , ΔPKM , ΔMLT , ΔTLP

(ד) ΔKWL , ΔKWP , ΔKTP , ΔLTP

בסך הכול יש 12 משולשים ישרי-זווית.

למורה:

אם תלמיד זיהה פחות מ- 12 משולשים ישרי-זווית, אפשר להפנות אותו לרמז הכתוב בסוגריים בתחילת השאלה, ולבקש ממנו להמשיך ולחפש משולשים נוספים.

למורה:

<u>שימו לב:</u> בדוגמאות הפתורות בעמודים 166 – 169 אנו מראים דרכים **שונות** אפשריות לפתרון.
שימוש בפונקציות טריגונומטריות שונות, ושימוש במשפט פיתגורס.

<u>התייחסות לתרגילים לעבודה עצמית</u>

כל השאלות בסעיף זה הן שאלות אורייניות מתפתחות.

ברובן יש איור ולצידו סרטוט מתאים.

<u>עמוד 171 –</u>

(4) (א) נתון : 1. $AB = AC$

2. $AD \perp BC$

הנתון השני הוא נתון הכתוב בצורה מילולית ולא מתמטית.

זה הקטע האורייני הנדרש לפי תוכנית הלימודים החדשה.

יש לזכור: במשולש שווה-שוקיים (לפי נתון 1.) , הגובה (AD) לבסיס (B) הוא גם תיכון.

למורה: *<u>שימו לב:</u>* בשאלה זו יש צורך בהבנה בסיסית בנושא האחוזים.
נוסף לכך יש להבין שהחבל מתארך מעבר למדף (ראו איור בספר).

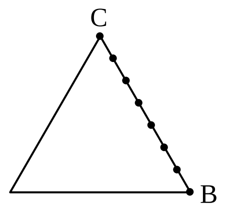
(5) בשאלה זו, כמו בשאלות רבות אחרות, יש לזכור את המשפט על הגובה לבסיס במשולש שווה-שוקיים.

בשאלה זו משולבים מחירים.

הערה: אפשר לבקש מהתלמידים להסביר מדוע ΔACB **לא דומה** ל- ΔECB !

<u>עמוד 172 –</u>

(6) זהירות בחישוב אורך הצלע של המשולש.
גם כאן צריך לדבר על מספר המרחקים הקיימים בין המוטות.
הסרטוט יעזור לתלמידים שקשה להם. הם פשוט יספרו.
אורך CB יחושב: 140 ס״מ $CB = 20 \cdot \mathbf{7} =$



בשאלה זו יש **המרת יחידות**.
100 ס״מ $= 1$ מטר,
לכן, אורך CB הוא 1.4 מטר ($140 : 100 = 1.4$).

(8) אמנם השמשייה היא בצורת **מתומן**, אבל דנים בה **בכל אחד** מהמשולשים המרכיבים אותה.
רק בסעיף (ג) באה לידי ביטוי עובדת היות השמשייה בצורת מתומן, כי שם נדרשים לכפול ב- 8 לפי מספר המשולשים **הזהים** בשמשייה.

<u>עמוד 173 –</u>

(9) זוהי שאלה אוריינית מתפתחת כאשר בסעיף האחרון שלה יש להיעזר בנוסחה $S = v \cdot t$.
למורה: ״עבר בכל דקה 78 מטרים״ זאת בעצם **מהירותו** במטרים לדקה.
$v = 78 \ \frac{\text{מטרים}}{\text{דקה}}$.

<u>עמוד 175 –</u>

(12) בשאלה זו משולבים מחירים.
<u>שימו לב:</u> התקנת הגדר מורכבת מתשלום עבור העבודה + תשלום עבור הגדר המקיפה את ΔECB .

<u>עמוד 177 –</u>

(16) הנושאים המתמטיים בשאלה זו הם:
- ✓ טריגונומטריה
- ✓ מהירות × זמן = דרך
- ✓ המרת יחידות (60 דקות = 1 שעה)

(17) ***<u>שימו לב:</u>***

בחישוב עלות העץ, יש לקחת בחשבון 4 מוטות עץ **בכל** אחת מרגלי הכיסא !

<u>עמוד 178 –</u>

(18) אין ספק שמעבר לנושא המתמטי, יש כאן מידע חדש על כלי בשם **קטפולטה**.
בשאלה זו משולבים גם אחוזים (ידע בסיסי).

<u>עמוד 179 –</u>

(19) אפשר לערוך דיון בכיתה: מדוע מהירות ירידת הדלי לבאר **גדולה** ממהירותו בעלייה.
גם בשאלה זו נדרש ידע בסיסי באחוזים.
<u>תזכורת:</u> אחוז הוא תמיד **מתוך** גודל התחלתי.

סעיף ד : זווית עומק וזווית גובה

בסעיף זה נמנענו מהכנסת הביטוי **קו האופק**.

אנחנו מאמינים שהמילים גובה ועומק מספיק ברורות כדי להבין את המושגים : **זווית עומק וזווית גובה**.

מומלץ בחום לקרוא את הכתוב במסגרת על רקע תכלת בתחתית עמוד 181 .

מן הסתם, השאלות לעבודה עצמית הן שאלות אורייניות כי רק בהן אפשר לדבר על זווית עומק וזווית גובה.

גם בסעיף זה נעשה שימוש בפונקציות הטריגונומטריות שנלמדו.

שימו לב: ״זווית ראייה״ **איננה** מופיעה בתוכנית הלימודים.

<u>התייחסות לתרגילים לעבודה עצמית</u>

<u>עמוד 185 –</u>

(3) <u>*שימו לב:*</u> בחישוב גובה העץ, יש להתחשב בגובהו של עודד (1.7 מטר).

(4) <u>*שימו לב:*</u> אורך הניצב BC ב- ΔBCD הוא 2.12 מטרים ($1.72+0.4=2.12$).

יש לקחת בחשבון את גובה השרפרף ואת הגובה של רועי שטיפס עליו.

נדרשת כאן המרת יחידות (100 ס״מ = 1 מטר).

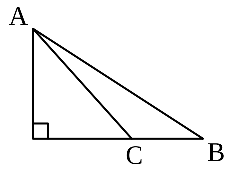
<u>עמוד 186 –</u>

(6) בשאלה זו יש זווית גובה **וגם** זווית עומק.

(7) אפשר לדון בכיתה בשאלה : מדוע $\measuredangle ACD > \measuredangle ABD$?

והתשובה : $\measuredangle ACD$ היא זווית חיצונית ל- ΔACB .

בשנים קודמות למדו התלמידים את המשפט : זווית חיצונית למשולש **גדולה** מכל אחת מזוויות המשולש הפנימיות **שאינה** צמודה לה.



<u>עמוד 187 –</u>

(8) <u>*שימו לב:*</u> בסעיף (א) מתבקשים התלמידים לחשב את אורך AB .

יש צורך בפעולת **החיסור** $3.05-1.9=1.15$.

להבדיל משאלה **(4)** בעמוד 185 , שם נדרשה פעולת **חיבור**.

<u>עמוד 188 –</u>

(11) בשאלה זו יש שני משולשים ישרי-זווית שאפשר לבצע בהם חישובים באמצעות פונקציות טריגונומטריות.

1. ΔBCA שבו $\measuredangle B=90^\circ$ ו- $\measuredangle A=37^\circ$.
2. ΔDBA שבו $\measuredangle D=90^\circ$ ו- $\measuredangle A=58^\circ$.

(12) שאלה מעולם התוכן של התלמיד : צילום ״סלפי״.

<u>עמוד 189 –</u>

(14) בשאלה זו יש שני משולשים ישרי-זווית.

בשונה משאלה **(11)** בעמוד 188 , שבה הנתונים הם על הזוויות,

בשאלה זו יש הנתונים על אורכי קטעים.

<u>עמוד 190 –</u>

(15) שאלה אחרונה בסעיף זה.
יש בה זווית גובה **וגם** זווית עומק.
היא איננה קשה במיוחד אלא רק רבת מלל.

סעיף ה : צורות גאומטריות המתפרקות למשולשים ישרי-זווית

בסעיף ה1 יש ריענון על כל תכונות המרובעים שנלמדו עד כה.
כמו כן, יש ריענון קצר על מצולע משוכלל ומצולע שאיננו משוכלל.
מורה שתלמידיו שולטים בחומר זה יכול לעבור עליו במהירות.
עבור **הדלתון** יש נספח ובו יחידת לימוד שלמה (**נספח ב** – עמודים 253 – 256),
המיועדת לתלמידים שלא למדו על מרובע זה בכלל.
השאלות בסעיף זה הן שאלות אורייניות.
שאלות תרגול בסיסיות במרובעים נמצאות בנספח א (עמודים 241 – 252).
השאלות האורייניות עוסקות בתכונות המרובעים השונים.
הטבלאות בעמודים 192 – 197 מרכזות את כל הדרוש לכך.
בסעיף ה2 יש שאלות אורייניות מורכבות יותר, שגם הן מסתמכות על תכונות המרובעים השונים,
וכמובן על הפונקציות הטריגונומטריות שנלמדו ביחידה זו.
לכל השאלות בסעיף ה יש פתרונות סופיים.

<u>התייחסות לתרגילים לעבודה עצמית</u>

<u>עמוד 205 –</u>

(9) מעבר לשימוש בטריגונומטריה ובתכונות הטרפז, יש בשאלה זו גם שימוש בנוסחה $S = v \cdot t$.

<u>שים לב:</u> נדרשת המרת יחידות $v = 1.4 \ \frac{\text{מטר}}{\text{שנייה}}$

ובסעיף (ד) 2. מתבקשת תשובה **בדקות**.

<u>עמוד 208 –</u>

(16) GDEC הוא דלתון **קעור**.

דלתון **קעור** קצת קשה לתלמידים לזהות משום שהאלכסון המשני בדלתון **קעור** נמצא **מחוץ** לדלתון.

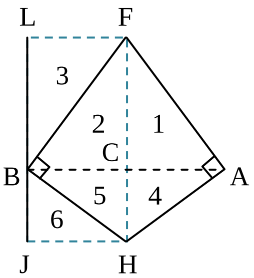
<u>עמוד 209 –</u>

(17) *<u>שים לב:</u>* בכיתות טובות אפשר לפתור את סעיף (ג) בעזרת **סימטריה**.

כך :

שטח 3 = שטח 2 = שטח 1

שטח 6 = שטח 5 = שטח 4



<u>תזכורת:</u>
- ✓ אלכסון המלבן מחלק אותו לשני משולשים חופפים.
- ✓ האלכסון הראשי בדלתון מחלק אותו לשני משולשים חופפים (ראו משימה בעמוד 255 בנספח).

עמוד 209 –

(18) *שימו לב:* בסרטוט הדגל יש **שלושה** דלתונים בעצם.
דלתון ABCE (בלבן)
דלתון AECD (בכחול)
ודלתון ABCD (המורכב משני הדלתונים הנ״ל).

(ד) חישוב השטח הצבוע בכחול ייעשה כך :

= (שטח דלתון AECD) + (שטח ΔABC) – (שטח מחצית הדגל)

$$=4.44 \qquad \frac{1.6 \cdot 0.8}{2} \qquad + \qquad \frac{1.6 \cdot 1}{2} \qquad - \qquad 4 \cdot \frac{2 \cdot 3}{2}$$

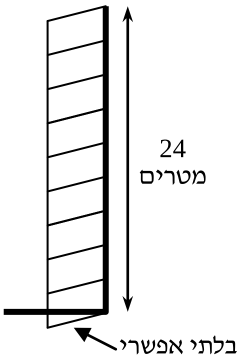
עמוד 210 –

(19) בשאלה זו משולבים מחירים.
שימו לב להמרת היחידות.

עמוד 219 –

(6) יש לבצע הפרש שטחים.
(השטח שאותו מאיירת שירה) = (שטח מקבילית) – (שטח מלבן)

(7) סעיף (ג) הוא הסעיף הקשה ביותר בשאלה זו.
שימו לב: **לכל היותר** פירושו – המספר המקסימלי.
בחישוב פשוט מתקבל 2.58 מטרים $= BC$ ($\sin 76° = \frac{2.5}{BC}$).
השאלה היא כמה חניות לכל היותר אפשר להקצות לאורך 24 מטרים של גדר.
החישוב המתבקש הוא $24 : 2.58 = 9.3$.
אין משמעות ל״חלק חנייה״.
לכן התשובה היא : **לכל היותר** 9 חניות.
שימו לב: אם היינו אומרים למשל, שמגרש החנייה הוא בצורת ⌊
(כלומר הגדר מוצבת בצורת ⌊)
הייתה נוצרת בעיה.
(ראו סרטוט).



עמוד 220 –

(8) הנושאים המתמטיים הנדרשים לפתרון שאלה זו הם :
- ✓ טריגונומטריה (סינוס)
- ✓ תכונות המקבילית : אלכסונים חוצים זה את זה
- ✓ יחס
- ✓ היקף מקבילית

בשאלה משולבים גם מחירים.

<u>עמוד 221 –</u>

(11) *<u>שימו לב:</u>* יש לקחת בחשבון את **גובה המעמד** עליו מוצבת המראה.

<u>עמוד 223 –</u>

(14) השאלה עוסקת בדלתון ותכונותיו.

רק בסעיף (ו) באה לידי ביטוי העובדה שהחותכן הוא בצורת כוכב.

הוא מורכב מ- 5 דלתונים כמו הדלתון המסורטט.

<u>עמוד 223 –</u>

(15) בשאלה זו יש דלתון **וגם** משולש שווה-שוקיים.

<u>עמודים 224 – 226</u> – שאלות **(16)** – **(21)** –

שאלות על טריגונומטריה בטרפזים שונים.

<u>עמוד 225 –</u>

(19) המילה **לפחות** – פירושה מינימום.

<u>עמוד 226 –</u>

(21) השאלה מסומנת ב- ★ כי היא השאלה האחרונה בנושא מרובעים.

הנושאים המתמטיים בשאלה זו הם :

- טרפז
- מעגל
- אחוזים
- מחירים

<u>עמודים 227 – 229</u> – שאלות **(22)** – **(26)** –

אלו הן שאלות על מצולעים בעלי יותר מארבע צלעות, אבל לאמיתו של דבר הם מחולקים למשולשים, כך שלא צריכה להיות בעיה מיוחדת בפתרונן.

למורה:

כלל במתמטיקה (ובכלל במקצועות כמו פיסיקה, כימיה) :

כשאתה נתקל בבעיה חדשה, כדאי לחשוב איך להמיר אותה למשהו שאותו אתה כבר מכיר.

במקרה שלנו :

מכירים פונקציות טריגונומטריות במשולש ישר-זווית.

אז אם לפנינו משולש **שאיננו** ישר-זווית, נחשוב איך להמיר אותו למשהו מוכר : נפרק אותו למשולשים ישרי-זווית.

כנ״ל למשל במציאת שטח של מצולע **שאיננו** יודעים לחשב את שטחו באופן ישיר.

נחלק את המצולע לצורות שאת שטחן אנו כן יודעים לחשב, ונסכום את השטחים כדי למצוא את שטח המצולע.

תרגילי סיכום

רציונל

כוללים את כל מה שנלמד בכיתה י״א.
אנו ממליצים לפתור אותם כהכנה לפני מבחן מסכם.

להלן **סיווג תרגילי הסיכום** בעמודים 231 – 240 לפי נושאים, **בהתאם למיקוד תשפ״ו**:

נושא / תרגיל	דמיון משולשים	אחוזים	מחירים	שטח משולש	שטח מרובע	יחס	תכונות מרובעים (מלבן / מעוין / דלתון)	$S = v \cdot t$	טריגונומטריה
(1)	✓								
(2)	✓	✓							
(3)	✓								
(4)	✓								
(5)	✓	✓	✓	✓	✓				
(6)	✓								
(7)	✓ **כולל יחס היקפים**					✓			
(8)	✓						✓ **מלבן**	✓	
(9)							✓ **מעוין**		✓
(10)									✓
(11)								✓	✓
(12)	✓					✓	✓ **דלתון**		✓
(13)	✓ **כולל יחס היקפים**					✓			
(14)								✓	✓
(15)	✓								✓

(נושאים שירדו במיקוד תשפ״ו **לא** מופיעים בתרגילי הסיכום:
קנה-מידה, מצולעים בעלי יותר מ- 4 צלעות).