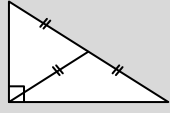


19/11/2024

משולש ישר-זווית

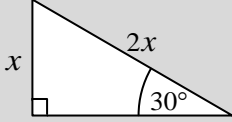
ביחידה זו נלמד שני משפטים חשובים העוסקים במשולש ישר-זווית.

משפט א



במשולש ישר-זווית, התיכון ליתר שווה למחצית היתר.
משפט הפוך: אם אורך תיכון לצלע במשולש שווה למחצית אורך הצלע אותה הוא חוצה, אז המשולש הוא משולש ישר-זווית (והצלע היא היתר במשולש זה).

משפט ב



במשולש ישר-זווית, שזוויותיו הן 30° , 60° , 90° , הניצב מול הזווית בת 30° , שווה למחצית היתר.
משפט הפוך: אם במשולש ישר-זווית אורך אחד הניצבים שווה למחצית אורך היתר, אז הזווית מול ניצב זה היא בת 30° .

הוכחת משפט א

נתון: $\triangle ABC$ הוא משולש ישר-זווית ($\sphericalangle C = 90^\circ$).

CD הוא תיכון לצלע AD .

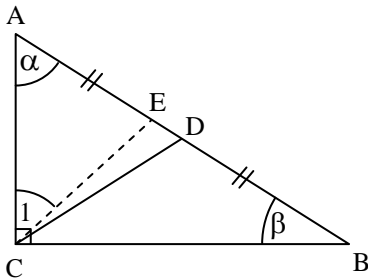
לדבר: $CD = DB$.

הוכחה:

נבחר נקודה E על היתר AB כך ש- $\sphericalangle A = \sphericalangle C_1 = \alpha$,

ונראה שנקודה E מתלכדת עם נקודה D .

נסמן $\sphericalangle B = \beta$.



לפי הבחירה. $\sphericalangle A = \sphericalangle C_1 = \alpha$

$\triangle ACE$ הוא משולש שווה-שוקיים, $AE = CE$ *

במשולש, מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות.

סכום הזוויות ב- $\triangle ABC$ הוא 180° .

הצבה. $\alpha + \beta + 90^\circ = 180^\circ$

\Downarrow

$\alpha + \beta = 90^\circ$

נתון: $\sphericalangle C = 90^\circ$.

$\sphericalangle C_1 + \sphericalangle ECB = 90^\circ$

הצבה. $\alpha + \sphericalangle ECB = 90^\circ$

\Downarrow

$\sphericalangle ECB = \beta$

\Downarrow

במשולש, מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות. $CE = EB$ **

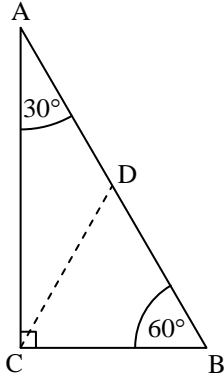
מטענות * ו- ** נקבל: $AE = CE = EB$ כלומר: $AE = EB$.

\Leftarrow CE הוא תיכון ליתר.

אבל נתון כי CD הוא תיכון ליתר \Leftarrow נקודה E מתלכדת עם נקודה D . *f.e.m.*

הערה: ניתן להוכיח משפט זה בדרך אחרת אחרי לימוד תכונות המלבן.

הוכחת משפט ב



1. נתון: $\triangle ABC$ הוא משולש ישר-זווית ($\angle C = 90^\circ$).

$\angle A = 30^\circ$.

2. צ"ל: $CB = \frac{AB}{2}$.

הוכחה:

נסרטט תיכון CD ($AD = BD = \frac{AB}{2}$).

לפי משפט א:

התיכון ליתר שווה למחצית היתר. $CD = AD = DB$



$\triangle CDB$ הוא משולש

שווה-שוקיים $CD = BD$



זוויות הבסיס במשולש שווה-שוקיים שוות זו לזו. $\angle DCB = \angle B = 60^\circ$

סכום זוויות ב- $\triangle BCD$ הוא 180° . $\angle CDB = 60^\circ$



$\triangle BCD$ הוא משולש

שווה-צלעות

משולש, שכל אחת מזוויותיו היא בת 60° ,

הוא משולש שווה-צלעות.



במשולש שווה-צלעות כל הצלעות שוות. $CB = CD = BD$

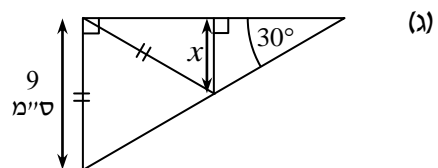
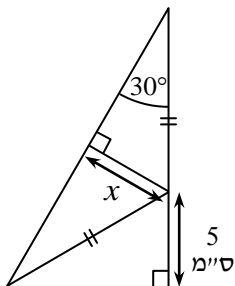
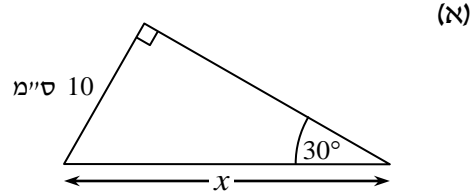
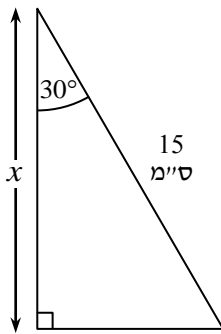


$CB = \frac{AB}{2}$

f.e.n

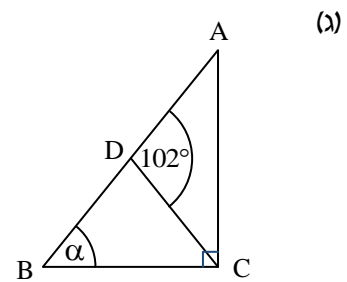
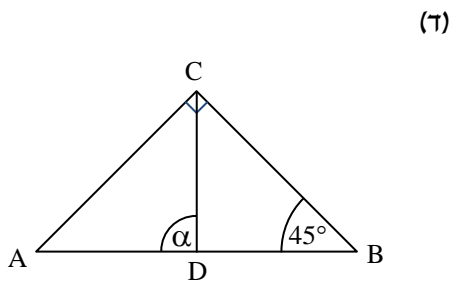
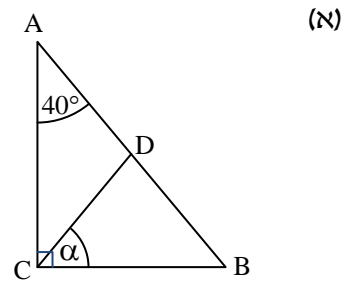
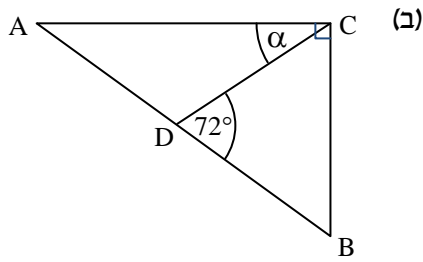
תרגילים לעבודה עצמית

(1) חשבו את ערכו של x בכל סעיף.



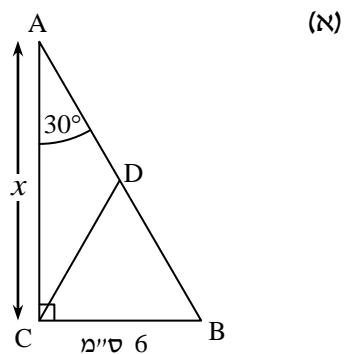
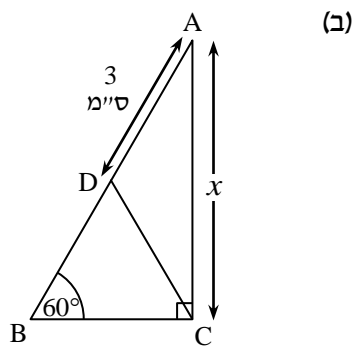
(2) בכל אחד מהסעיפים נתון: $\angle ACB = 90^\circ$, CD הוא תיכון.

חשבו את גודלה של α בכל סעיף.



(3) בכל אחד מהסעיפים נתון: $\angle ACB = 90^\circ$, CD הוא תיכון.

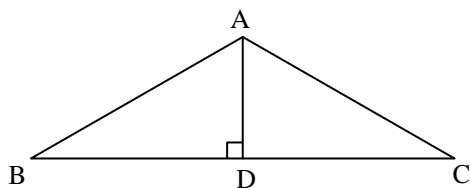
חשבו את ערכו של x בכל סעיף.



(4) במשולש שזוויותיו הן 30° , 60° , 90° , סכום הניצב הקטן והיתר הוא 21 ס"מ.

(א) מהו אורך היתר?

(ב) מהו אורך הניצב הגדול?



(5) נתון: $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-שוקיים.

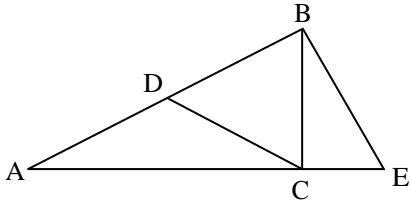
$AB = 2 \cdot AD$, $AD \perp BC$, $AB = AC$

(א) מצאו את גודל $\angle B$.

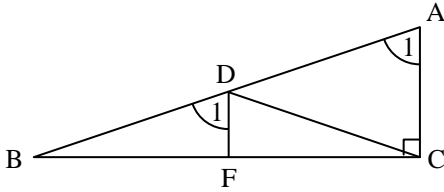
(ב) נתון: $AB = 20$ ס"מ.

מצאו את אורך BC .

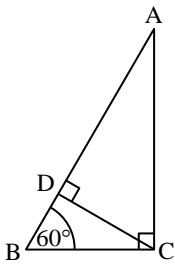
(דייקו עד 2 מקומות אחרי הנקודה העשרונית).



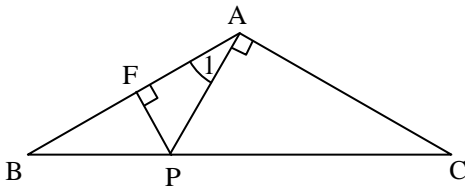
- (6) נתון: $AD = DB = DC$,
 $BE = 2CE$
 (א) הוכיחו כי $\angle BCA = 90^\circ$
 (ב) מצאו את גודל $\angle E$



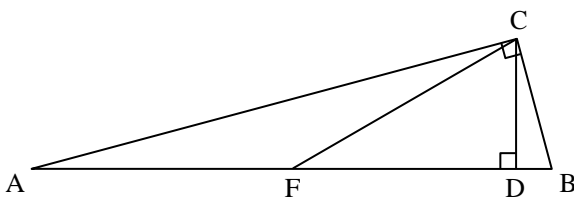
- (7) נתון: $\angle ACB = 90^\circ$, $\triangle ABC$
 $BF = FC$, $BD = AD$
 צ"ל: $\angle D_1 = \angle A_1$



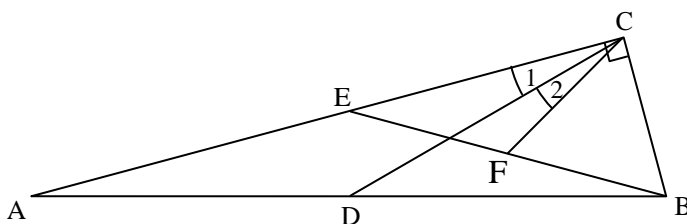
- (8) ב- $\triangle ABC$ נתון:
 $\angle ACB = 90^\circ$
 $\angle B = 60^\circ$
 $CD \perp AB$
 צ"ל: $BD = \frac{AB}{4}$



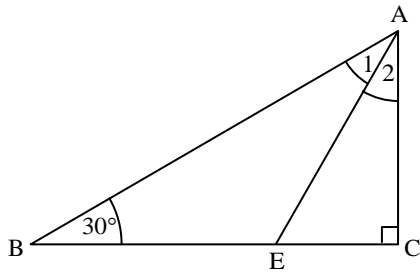
- (9) נתון: $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-שוקיים
 $(AB = AC)$
 $PF \perp AB$, $PA \perp AC$
 $PC = 18$ ס"מ , $\angle A_1 = 30^\circ$
 צ"ל:
 (א) גודלה של $\angle B$
 (ב) אורך BP
 (ג) $FP = \frac{BC}{6}$



- (10) ב- $\triangle ABC$ נתון:
 $AF = FB$, $\angle ACB = 90^\circ$ ★
 $CF = 2CD$, $CD \perp AB$
 צ"ל: $\angle A = 15^\circ$



- (11) ב- $\triangle ABC$ נתון:
 $AD = DB$, $\angle ACB = 90^\circ$ ★
 $AE = EB$, $EF = FB$
 צ"ל: $\angle C_1 = \angle C_2$



(12) ב- $\triangle ABC$ נתון:
 $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 90^\circ$ ★★
 $EC = \frac{BC}{3}$
 צייל: $\angle A_1 = \angle A_2$.

בהצלחה!

תשובות סופיות

- (1) (א) $x = 20$ ס"מ (ב) $x = 12.99$ ס"מ (ג) $x = 4.5$ ס"מ (ד) $x = 5$ ס"מ
- (2) (א) $\alpha = 50^\circ$ (ב) $\alpha = 36^\circ$ (ג) $\alpha = 51^\circ$ (ד) $\alpha = 90^\circ$
- (3) (א) $x = \sqrt{108} = 10.392$ ס"מ (ב) $x = \sqrt{27} = 5.196$ ס"מ
- (4) (א) 14 ס"מ. (ב) $\sqrt{147} = 12.124$ ס"מ
- (5) (א) $\angle B = 30^\circ$ (ב) $BC = 34.64$ ס"מ
- (6) (א) בדקו עם המורה בכיתה. (ב) $\angle E = 60^\circ$
- (7) – (8) בדקו עם המורה בכיתה.
- (9) (א) $\angle B = 30^\circ$ (ב) $BP = 9$ ס"מ (ג) בדקו עם המורה בכיתה.
- (10) – (12) בדקו עם המורה בכיתה.