סדרת אולימפוס
מתמטיקה לכיתה י

משבצת

מתמטיקה

3 יחידות לימוד

כיתה י • חלק ג

מדריך למורה

אשכול פיננסי כלכלי

צוות משבצת: רחל בלומנקרנץ, עדה לוי, בת-שבע אילני, ברכה מוזיקנט, שחר זק, דוד רץ, רנה זלוטניק, גבי יקואל

משבצת
ספרי מתמטיקה

תא דואר: 1441 , קרית טבעון 3601702
טלפון: 04-8200929 , פקס: 04-8200106
כתובתנו באינטרנט:www.mishbetzet.co.il

מדריך למורה – כיתה י 3 יחידות לימוד
כלכלי פיננסי

מבוא

מתמטיקה לתלמידי כיתה יוד – 3 יחידות לימוד – אשכול כלכלי פיננסי

"אשכול כלכלי פיננסי" הוא האשכול השלישי מתוך שלושה אשכולות המיועדים ללימוד מתמטיקה בכיתה יוד ברמה של 3 יחידות לימוד.

אחת המטרות של תוכנית הלימודים החדשה במתמטיקה לכיתה יוד היא ללמד נושאים מתמטיים באמצעות שאלות מציאותיות מחיי היומיום.

השאלות ב"אשכול כלכלי פיננסי" הן ברובן שאלות אורייניות, לפי רוח התוכנית, העוסקות בתחומי תוכן הקרובים לעולמו של התלמיד כמו:

- הוצאות בני נוער
- משכורות בני נוער בעבודות קיץ
- תקציב משפחתי
- מנוי לחדר כושר
- מחירי כרטיסי טיסה
- הוצאות טיול לחו"ל
- חיסכון

רוב השאלות הן שאלות מתפתחות, שאלות שבהן מוסיפים מידע לנתון ובהתאם למידע שנוסף נשאלות שאלות נוספות.

התכנים המתמטיים בסעיף זה הם:

- קריאת נתונים והסקת מסקנות (מייצוג מילולי ומייצוג גרפי)
- קנייה ומכירה, שכר, רווח והפסד
- שימוש במדדי מרכז לעיבוד מידע

התכנים המתמטיים הנלווים בסעיף זה הם:

- משוואות ממעלה ראשונה ומערכות משוואות ממעלה ראשונה
- אחוזים
- הקו הישר
- שינוי נושא נוסחה

מה אפשר למצוא <u>בספר</u> ?

(1) קטעים אקטואליים העוסקים למשל ב–
- שירותי בנק אוטומטיים
- צריכת תוכניות טלוויזיה לצפייה בתקופת הסגרים של מגפת הקורונה (שנת 2022)
- שכר מינימום
- מס ערך מוסף
- ממוצע השכר במשק

(2) **משימת פתיחה** שהנושא שלה עוסק בתוכן שכתוב בקטע האקטואליה וכשמה כן היא.
זוהי לרוב משימה שהשאלות בה הן איכותיות.
השאלות מעוררות **שיח בכיתה** ומדגישות את הנחיצות בלימוד הנושא המתמטי שבפרק.
אנו ממליצים לעשות אותה בכיתה **ולדון עליה**.
משימות הפתיחה וקטעי האקטואליה מהווים כניסה רכה של התלמידים ללימוד הנושא המתמטי.
לעיתים מופיעה גם משימה חישובית אחרי משימת הפתיחה.

(3) **תאוריה** מלווה בהסברים, בהגדרות ובדוגמאות פתורות.
המסקנות, ההגדרות והסיכומים מוקפים במסגרת וכתובים על רקע תכלת.

(4) במידת הצורך כתוב **סיכום** של כל מה שנלמד בפרק. הסיכום כתוב במסגרת על רקע תכלת.
כאשר מופיעה מסקנה בסיכום שיש לה גיבוי בדוגמה פתורה, יש גם הפנייה לדוגמה המתאימה.

(5) בסוף כל סעיף יש **תרגילים לעבודה עצמית**.
התרגילים מסודרים לפי רמת קושי עולה.
לעיתים התרגילים הראשונים הם תרגילים בסיסיים המתרגלים את נושא הפרק.
בהמשך יש שאלות אוריינות עם "סיפור", ובתוכן שזורים חישובים מתמטיים בנושא הפרק.
בסוף כל פרק יש פתרונות סופיים.

(6) בסוף הספר יש **שני** נספחים:
נספח א שבו אפשר למצוא תרגול לריענון פתרון משוואות ממעלה ראשונה ופתרון מערכת משוואות ממעלה ראשונה
נספח ב שבו שאלות חזרה ברמות שונות לכל יחידת לימוד.
אנו ממליצים לפתור שאלות אלו כהכנה למבחן או כתרגול נוסף לתלמיד שמעוניין.

מה אפשר למצוא במדריך למורה ?

(1) **מבוא** לכל היחידה כולל הדגשים הקשורים לחומר הלימוד.

(2) **פריסת הוראה מומלצת**. הפריסה כוללת: נושא לימוד והעמודים הרלוונטיים בספר הלימוד, מספר שעות ההוראה המומלץ והעמודים הרלוונטיים בספר הלימוד שבהם נמצאים התרגילים לעבודה עצמית.

שימו לב: מספר שעות ההוראה **גמיש**. יש להתאים את מספר שעות **ההוראה** בכל נושא לרמת התלמידים בכיתה ולמספר שעות ההוראה השבועיות בכל בית ספר.
הדבר כמובן נתון לשיקול דעתו של המורה והוא יחליט באיזה נושא להעמיק ובאיזה נושא לא להעמיק.

(3) **דגשים פדגוגיים** ללימוד נושאים מסוימים.
בעיקר סעיפים שכדאי להדגיש או לדון בהם בכיתה ולהסב את תשומת לבם של התלמידים.

(4) **תרגילים מומלצים לפתרון בכיתה**.

הערות:
- התרגילים לפתרון בכיתה הם **המלצה** בלבד והכול נתון לשיקול המורה.
- לא ניתנה המלצה לפתרון תרגילים בבית. המורים לפי שיקול דעתם יחליטו אילו תרגילים ובאיזו כמות יתנו לתלמידיהם כשיעורי בית.

פריסת שעות

ב"אשכול כלכלי פיננסי" יש 4 יחידות לימוד.
על פי הפריסה של משרד החינוך לתכה"ל החדשה, ל"אשכול כלכלי פיננסי" מוקדשות 40 שעות הוראה.
לפניכם פריסת השעות המומלצת של משרד החינוך:

	נושא	היקף שעות הוראה
יחידה 1	קריאת נתונים והסקת מסקנות	6
יחידה 2	שימוש במודל ליניארי לייצוג תופעות בהקשר כלכלי פיננסי	12
יחידה 3	קנייה ומכירה, שכר, רווח והפסד	15
יחידה 4	שימוש במדדי מרכז לעיבוד מידע בהקשר כלכלי פיננסי	7

* חשוב שכל מורה יתאים את הפריסה לכיתה שלו בהתאם לקצב ולרמת התלמידים.

יחידה 1 : קריאת נתונים והסקת מסקנות

מבוא

יחידה זו מחולקת ל- 4 סעיפים.

סעיף א – עוסק באחזור מידע.

סעיף זה לא אמור להוות קושי לתלמידים כי הם מכירים את הנושא משנים קודמות, ובפרט מהאשכול הראשון, "אשכול חברה ומדע", שנלמד בתחילת כיתה יוד.

קריאת המידע מייצוג ויזואלי או מייצוג מילולי בסעיף זה היא **בדיוק** כמו בסעיף המקביל לו ב"אשכול חברה ומדע", אלא שבאשכול זה העיסוק הוא בנושאים השייכים לכלכלה.

לפיכך, המלצנו להקדיש לו שעת הוראה אחת בלבד.

קריאת המידע בתרגול בסעיף זה היא מתוך : גרפים, דיאגרמת עמודות, פיקטוגרמה וייצוגים מילוליים.

סעיף ב – עוסק בהשוואה לצורך קבלת החלטות.

גם בסעיף זה לא אמור להיות קושי לתלמידים. סעיף דומה הופיע באשכול הראשון שנלמד בשנה זו – "אשכול חברה ומדע". המלצנו להקדיש לו 2 שעות הוראה כי הוא סעיף מורכב יותר מהסעיף הראשון.

סעיף ג – שינוי נושא נוסחה.

נושא אלגברי זה נלמד כבר ב"אשכול חברה ומדע". יש עליו חזרה גם ב"אשכול התמצאות במישור במרחב", וגם באשכול השלישי, "אשכול כלכלי פיננסי", עושים עליו חזרה.

לפיכך, המלצנו להקדיש לו שעת הוראה אחת בלבד.

סעיף ד – עוסק במעבר בין ייצוגים.

זהו בעצם סעיף המסכם את כל הנושאים שנלמדו ביחידה 1 .

לפיכך, המלצנו להקדיש לו 2 שעות הוראה מתוך 6 השעות המוקדשות ליחידה 1 .

מבוא מתמטי

התחום האלגברי

תחום האלגברה הוא אחד מתחומי האורך הנלמדים בכל אחת משנות הלימוד במתמטיקה.

בבית-הספר העל-יסודי נעשה מעבר לשימוש הולך וגובר בייצוג הסימבולי, עד כדי הפיכתו לייצוג הלגיטימי הבלעדי. עובדה זו, מקשה על תלמידים רבים להגיע לשליטה בתחום.

המעבר מהאריתמטיקה אל האלגברה המאופיין במעבר מפרוצדורות חישוביות אל הסתכלות מבנית, אינו פשוט, וטומן בחובו קשיים שהרבה תלמידים נאלצים להתמודד אתם לאורך כל לימודי האלגברה.

לפי ספרד (1989), מושג מתמטי חדש כמו ביטוי מתמטי, נתפס בהתחלה ברמה תהליכית ורק מאוחר יותר בתפיסה מבנית. למשל $3x+5$ נתפס כהוראה להכפיל מספר נתון ב- 3 ולהוסיף לו 5 ,

בתפיסה המבנית הביטוי יכול להתפרש כבר כאובייקט כמו מספר בלתי ידוע או כפונקציה.

התפיסה המבנית כרוכה בהפשטה מסדר חשיבה גבוה יותר מזו הנדרשת לגיבושה של התפיסה התהליכית.

לכן, תהליך התפיסה המבנית הוא לא פשוט לתלמידים.

בכיתה ז למדו התלמידים את הביטויים האלגבריים מהאספקט התהליכי, ואילו בכיתה ח הם אמורים כבר להסתכל על הביטויים בצורה מבנית.

תהליך למידת האלגברה הופך ליותר משמעותי ויעיל, אם הוא מתבצע בסביבה רב ייצוגית : סביבה המקשרת בין הייצוגים המילוליים, המספריים, הגרפיים והסימבוליים, ומעודדת את השימוש בייצוג מסוים בהתאם

לצרכים המתעוררים במהלך פתרון של בעיה (פרידלנדר וטבח, 2001).
לכן, חשוב להציג, למשל, את הפונקציה בייצוגים שונים.

לפי משרד החינוך יש להקדיש 6 שעות הוראה ליחידה 1.
להלן **המלצת "משבצת"** לפריסת שעות ההוראה:

יחידה 1 – קריאת נתונים והסקת מסקנות	**מספר שעות**	**עמודים**	**תרגילים**
סעיף א – אחזור מידע	1	עמודי תאוריה: 5 – 11 עמודי תרגילים: 12 – 24	**(1) – (26)**
סעיף ב – השוואה לצורך קבלת החלטות	2	עמודי תאוריה: 27 – 29 עמודי תרגילים: 30 – 42	**(1) – (17)**
סעיף ג – שימוש בטכניקה אלגברית – שינוי נושא נוסחה	1	עמודי תאוריה: 45 – 48 עמודי תרגילים: 49 – 53	**(1) – (12)**
סעיף ד – מעבר בין ייצוגים	2	עמודי תאוריה: 55 עמודי תרגילים: 56 – 63	**(1) – (12)**

דגשים פדגוגיים לסעיף א

כאמור, סעיף א עוסק באחזור מידע והסקת מסקנות, כאשר ההנחה היא שהתלמידים כבר שולטים בחומר. הם למדו בצורה מפורטת כיצד לאחזר מידע מייצוגים ויזואליים ומייצוגים מילוליים כבר בתחילת כיתה יוד ב"אשכול חברה ומדע".
כל השאלות הן שאלות אורייניות וחלקן שאלות מתפתחות.

(1) שאלות **(1)** – **(3)** עוסקות בקריאת מידע מטבלה.

(2) שאלות **(4)** – **(5)** עוסקות בקריאת מידע מגרף רציף.

(3) שאלות **(6)** – **(8)** עוסקות בקריאת מידע מגרף קטוע.

(4) שאלות **(9)** – **(13)** עוסקות בקריאת מידע מגרף נקודות.

(5) שאלות **(12)** – **(13)** –
יש **להדגיש** את *שימו לב*: בשאלות אלו הגרף הוא גרף **נקודות** והקו המרוסק מראה את המגמה.

(6) שאלות **(14)** – **(18)** עוסקות בקריאת מידע מדיאגרמת עמודות.

(7) שאלות **(19)** – **(22)** עוסקות בקריאת מידע מדיאגרמת עיגול.

(8) שאלות **(23)** – **(26)** עוסקות בקריאת מידע מפיקטוגרמה.

(9) שאלה **(1)** סעיף (ד) –
כדאי להדגיש שהמילה **מינימלי** פירושה – הקטן ביותר.

(10) שאלה **(2)** סעיף (ד) –
שאלה פתוחה.
בפתרונות יש שתי אפשרויות לקניית 2 עציצים **בכל** הסכום (300 ש"ח).
אבל בהחלט, דפנה יכולה לקנות 2 עציצים **בפחות מ-** 300 ש"ח!
לדוגמה: 2 עציצים במחיר של 70 ש"ח לעציץ.
דפנה תשלם 140 ש"ח ($70\cdot2=140$),
ויישארו בארנקה 160 ש"ח ($300-140=160$).

(11) שאלה **(5)** סעיף (ב) –

נעמי משלמת 62 ש״ח ($45+17=62$) עבור כרטיס לסרט + פופקורן **בכל** שבוע.

לכן, סכום החיסכון שלה (550 ש״ח) יספיק רק ל- 8 פעמים (8 שבועות).

בתום השבוע השמיני **נותרו** לנעמי 54 ש״ח ($550-8\cdot62=54$) אבל סכום זה **לא** מספיק לה לקניית כרטיס לסרט + פופקורן בשבוע התשיעי.

לנעמי נותרו 54 ש״ח בתום השבוע השמיני, ולכן הגרף **לא** מגיע לציר ה- x (שבו הסכום שנותר הוא אפס).

(12) בשאלות **(6)** , **(7)** , **(8)** רצוי להזכיר לתלמידים מה מציינת נקודה ריקה ומה מציינת נקודה מלאה. כאמור הם הכירו מושגים אלה כבר ב״אשכול חברה ומדע״.

(13) שאלה **(20)** סעיף (ג) –

התלמיד צריך להבין שבחודש 4 היתרה בחשבון הבנק היא 0 ש״ח כי גובה העמודה בחודש זה הוא אפס.

(14) המחירים בכל השאלות הם מחירים המתאימים למחירים במציאות בשנת 2023 .

דגשים פדגוגיים לסעיף ב

אחרי שהתלמידים יודעים לאחזר מידע (פעם ראשונה – ב״אשכול חברה ומדע״, פעם שניה – באשכול זה) הם מתבקשים בסעיף זה לעשות השוואה במידע בין שני מצבים או יותר.

משימת הפתיחה קרובה ללב התלמידים – צפייה בטלוויזיה למנויים בשתי חברות.

אפשר לעורר דיון בדברי דן בסעיף (ד) : האם צריך לבחון רק את העלות בבחירת מנוי כלשהו ?

(1) שאלות **(1)** – **(12)** עוסקות בהשוואה בין שני מצבים בכל מיני ייצוגים.

יש לציין שהייצוגים הוויזואליים : גרף, דיאגרמת עמודות וגרף נקודות הם במערכת צירים **אחת**.

הערה : כשעושים השוואה בין שני מצבים כאשר הייצוג הוא **דיאגרמת עיגול**, אין אפשרות לעשות זאת על דיאגרמת עיגול אחת כי זה מבלבל, לכן עושים זאת באמצעות שתי דיאגרמות עיגול (או יותר, בהתאם להשוואה הנדרשת).

(2) שאלות **(13)** – **(14)** עוסקות בהשוואה בין **שלושה** מצבים.

(3) שאלות **(15)** – **(18)** עוסקות בהשוואה בין **שני** מצבים כאשר כל אחד מהם מתואר באמצעות ייצוג **אחר**. שאלות אלו נמצאות בסוף הסעיף כי הן מורכבות יותר וארוכות יותר.

(4) שאלה **(2)** סעיף (א) –

יש להדגיש את ההבדל במשמעות של ישר המתחיל בראשית הצירים $(0,0)$ לבין ישר שאיננו מתחיל מהראשית. כדאי לבדוק עם התלמידים סעיף זה כדי שהתאור המילולי יהיה מדויק ותמציתי.

(5) שאלה **(4)** סעיף (ג) 1. –

השאלה מתייחסת **לכל** סוגי הרכב, ובנסיעה במונית הייתה מגמת עלייה ולא מגמת ירידה.

שימו לב : המילה **כל** מודגשת.

שאלה **(4)** סעיף (ד) מסומן ב- ★ כי יש לדאוג **להמרת** יחידות מידה.

(6) שאלה **(7)** סעיף (ד) –

זוהי שאלה פתוחה. כל תלמיד יכול לכתוב מסקנות אחרות.

כדאי שהמורה יכתוב את המסקנות על הלוח ושידון עם התלמידים על הנכונות של כל אחת מהן.

דוגמאות למסקנות אפשריות:

1. בחודש אפריל סכום החיסכון של אבירם ושל דניאל היה **זהה**.
2. **רק** בחודש פברואר דניאל חסך **יותר** מאבירם.
3. אבירם חסך במהלך 4 חודשים 12,500 ש״ח.

(7) שאלה **(15)** סעיף (ו) –

גם כאן אפשר בהחלט לפתח **דיון** באיזו עיר כדאי לבחור לגור.

האם בחירת עיר המגורים היא **רק** לפי סכום ההשקעה הממוצעת בחינוך לתלמיד בשנה ?

ברור שאם מסתמכים **רק** על הנתונים העוסקים בהשקעה בחינוך, כדאי לגור ב״**לבונה**״ **במידה ומגמת העלייה תמשיך**.

(8) שאלה **(17)** –

יש לשים לב שההשוואה נעשית על ידי שני ייצוגים **שונים** (גרף נקודות ודיאגרמת עמודות) **באותה** מערכת צירים.

(9) שאלה **(18)** –

שימו לב: ההשוואה הראשונה היא בין השנים **2019** , **2020** והיא נעשית באמצעות שתי דיאגרמות עמודות **באותה** מערכת צירים.

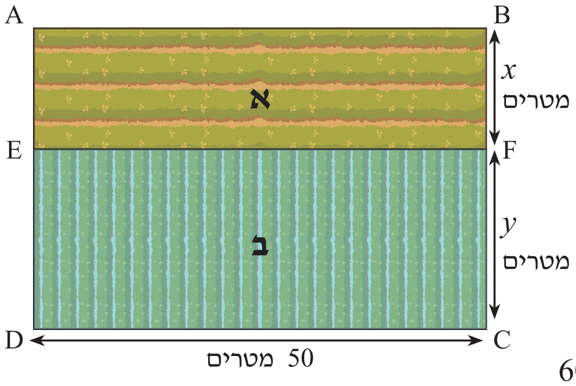
אחר כך יש נתונים בדיאגרמת עיגול על שנת **2021** ויש צורך להשוות בין שנת **2021** לבין שנת **2019** .

דגשים פדגוגיים לסעיף ג

זהו סעיף העוסק בשימוש בטכניקה האלגברית הנקראת "**שינוי נושא הנוסחה**".
הנושא נלמד בהרחבה ב"אשכול התמצאות במישור ובמרחב" והוא בעצם מתבסס על בידוד נעלם בפתרון משוואה. לפיכך, המלצנו להקדיש לו שעת הוראה אחת.

חשוב מאוד –
התאמת יחידות המדידה של האיברים המופיעים בנוסחה.

המלצות:
- בסוף הספר יש ריענון לפתרון משוואה ממעלה ראשונה למי שזקוק לתזכורת.
- פרופורציה וחוקי פרופורציה נלמדו בחטיבת הביניים. כדאי להזכיר אותם.



(1) שאלה **(11)** סעיף (ד) –
מסומן ב- ★ כי דורש מעט מחשבה.
אם $x=12$ ו- $y=10$,
נקבל: $S_{א}=12\cdot 50=$ 600 מ"ר
$S_{ב}=10\cdot 50=$ 500 מ"ר
ואכן $600\neq 500$
אבל:
עלות ריצוף **מלבן א** תחושב כך: $600\cdot 100=6{,}000$
ועלות ריצוף **מלבן ב** תחושב כך: $500\cdot 120=6{,}000$
ואכן, עלות הריצוף של **מלבן א** תהיה **שווה** לעלות הריצוף של **מלבן ב**
(העלות תהיה 6,000 ש"ח).

(2) בחלק מהשאלות בסעיף זה יש צורות הנדסיות (ריבוע, מלבן, עיגול) שעליהן למדו התלמידים ב"אשכול התמצאות במישור ובמרחב".

דגשים פדגוגיים לסעיף ד

זהו בעצם סעיף סיכום לכל הנושאים שנלמדו ביחידה זו.

לפיכך, מוקדשות לו 2 שעות הוראה.

יש בו מגוון שאלות, ואם מורה מוצא לנכון להקדיש לו שעת הוראה שלישית – אנחנו ממליצים.

כבר במשימת הפתיחה יש מעבר בין ייצוג ויזואלי של דיאגרמת עמודות, לייצוג טבלאי ולייצוג בדיאגרמת עיגול.

(1) שאלה **(2)** סעיף (ג) + סעיף (ד) –

רצוי **להדגיש** – בדיאגרמת **עיגול** אפשר לייצג נתונים **רק** אם החיתוך ביניהם הוא **אפס** !

בדיאגרמת **עיגול** הנתונים מיוצגים בדרך כלל באחוזים שצריכים להסתכם ל- 100% .

בשאלה זו אין אפשרות לייצג את הנתונים בדיאגרמת עיגול, כי כנראה יש ישראלים שקונים אונליין בכמה קטגוריות של מוצרים.

ההוכחה לכך: סכום האחוזים הנתונים גדול מ- 100% !

(2) שאלות **(5)** – **(6)** –

מעבר מפיקטוגרמה לדיאגרמת עמודות ולדיאגרמת עיגול.

(3) שאלה **(8)** –

מעבר מייצוג טבלאי ומילולי לדיאגרמת עיגול ולדיאגרמת עמודות.

(4) שאלה **(9)** –

מעבר מייצוג בדיאגרמת עיגול לייצוג גרפי.

<u>שימו לב</u>: שני הגרפים **נכונים** ומתאימים לנתונים. ההבדל ביניהם הוא הכינוי על ציר ה- y .

<u>הערה</u>: לא בכדי נבחר המספר 10,000 ש״ח כתקציב כדי שסרטוט הגרף של דנה (תקציב באחוזים) יהיה פשוט.

סעיף זה דן במעבר מייצוג אחד לשני וזוהי מטרתו.

אין הכוונה כאן לתרגל בעיות אחוזים מורכבות.

כדאי בהחלט לפתח דיון על היתרונות והחסרונות של כל גרף.

אגב, הגרף של דנה (אחוזים) הוא מיידי כי הנתונים בדיאגרמת העיגול הם באחוזים.

הגרף של אורטל מחייב חישוב, למרות שהחישוב האמור לא קשה בגלל התקציב שנבחר (10,000 ש״ח).

(5) שאלה **(10)** –

דומה ל שאלה **(9)** רק שכאן נדרשים התלמידים בעצמם לעבור לייצוג גרפי.

(6) שאלה **(11)** –

מעבר מפיקטוגרמה לטבלה ולדיאגרמת עיגול.

(7) שאלה **(12)** –

דומה לשאלה **(10)** אבל מורכבת יותר.

סעיף (א) : יש צורך לדעת את נושא האחוזים.

למשל, כדי למלא בטבלה את סכום הקנייה (בש״ח) אצל הירקן השכונתי

יש לבצע את החישוב : $\frac{40}{100} \cdot 2,400 = 960$

סעיף (ב) : יש להבחין בכינויים **השונים** על ציר ה- y בין סעיף (ב) 1. לבין סעיף (ב) 2.

בסעיף (ב) 1. הכינוי הוא **באחוזים**.

בסעיף (ב) 2. הכינוי הוא **בש״ח**.

סעיף (ג) : צריך להבין ש- 12% של השוק העירוני מתחלקים באופן שווה בין הירקן השכונתי לבין שיווק ישיר מהחקלאי.

לפיכך, לירקן השכונתי יתאימו 46% ולשיווק ישיר מהחקלאי יתאימו 24% .

המקומות האחרים יישארו ללא שינוי.

התרגילים המומלצים לפתרון בכיתה:

יחידה 1	תרגיל	עמוד	
סעיף א	(2)	12	(טבלה)
	(5)	13	(גרף רציף)
	(8)	14	(גרף קטוע)
	(18)	19	(דיאגרמת עמודות)
סעיף ב	(8)	35	(2 דיאגרמות עמודות)
	(10)	36	(2 גרפים של נקודות)
	(12)	37	(3 גרפים רציפים)
	(14)	39	(דיאגרמת עמודות וגרף נקודות)
	(15)	40	(2 דיאגרמות עיגול)
	(16)	41	(דיאגרמת עמודות וגרף נקודות)
	(17)	42	(דיאגרמת עמודות ודיאגרמת עיגול)
סעיף ג	(2)	49	
	(8)	51	
	(11)	53	
סעיף ד	משימה	55	
	(2)	56	
	(6) , (7)	58	
	(9)	60	
	(11)	62	
	(12)	63	

יחידה 2 : שימוש במודל ליניארי לייצוג תופעות בהקשר כלכלי פיננסי

מבוא

יחידה זו עוסקת במודל הליניארי (הקו הישר).

הנושאים הנלווים ביחידה זו הם נושאים הקשורים למשוואת הקו הישר – שיפוע וביטוי אלגברי.

לפיכך, הסעיף הראשון ביחידה זו עוסק בריענון הקו הישר. נושא זה נלמד בהרחבה בחטיבת הביניים.

יחידה 2 מחולקת ל- 2 סעיפים:

סעיף א – ריענון: הקו הישר.

סעיף ב – ייצוג תופעות בהקשר כלכלי פיננסי באמצעות מודל ליניארי.

ב1 – הבנת הליניאריות בייצוגים השונים.

ב2 – מצבים הדדיים בין ישרים בהקשר כלכלי פיננסי.

מבוא מתמטי

קשיים בנושא הפונקציה הלינארית

- תלמידים מאמינים כי שיפוע של פונקציה לינארית הוא רק מספר העוזר לסרטט את הגרף.
- השיפוע מזמן הבחנה בין יחס במובן ratio ליחס במובן rate .

אפשר לדעת את סוג היחס לפי הכינויים של הצירים במערכת הצירים שבה מסורטט גרף הפונקציה.

אם הם מייצגים רק מספרים או כמויות בעלות אותו כינוי, אז השיפוע מציין יחס במובן ratio .

כלומר, מקבלים יחס כלשהו, חסר כינוי, שאינו יוצר מושג חדש. למשל, היחס הוא $\frac{2}{3}$.

אם הם מייצגים יחידות, כגון מרחק וזמן, אז השיפוע מציין יחס במובן rate .

כלומר, נוצר מושג חדש (במקרה זה: מהירות).

- קיימים קשיים טכניים וקשיים מושגיים בהצבת מספר שלילי למשל בפונקציה $y = 3x - 1$
ובמיוחד בפונקציות בהם m הוא שלילי. למשל: $y = -5x + 6$.
- קיים קושי להבין את הפונקציה הקבועה כאשר היא מוצגת בהצגה אלגברית כמו $y=1$,
ובאופן כללי $y=a$.
אותה השאלה הופכת לקלה יותר אם כלל ההתאמה מכיל את x (למשל $f(x) = 6x$).
- התלמידים נוטים לקשר בין המושגים "פונקציה חיובית" ו"פונקציה עולה"
ובין המושגים "פונקציה שלילית" ב"פונקציה יורדת". זוהי טעות נפוצה.
- קיים קושי להבין כי נקודת החיתוך של ישר עם ציר x מתקבלת על ידי הצבת $y=0$
במשוואה $y = mx + b$, ולהפך: נקודת החיתוך של ישר עם ציר y
מתקבלת על ידי הצבת $x = 0$ במשוואה $y = mx + b$.
- קיים קושי בהבנת המושג "נקודת האפס".
- קיים טעויות טכניות בחישוב מנת ההפרשים. למשל: חישוב $\frac{\Delta x}{\Delta y}$,
אי שמירה על סדר אחיד בחישוב ההפרשים, הפרשים שליליים.
- קיימות טעויות טכניות בעיקר בפישוט משוואות עם שברים.
- קושי טכני ומושגי במציאת ה- x עבור y נתון.
- קיים קושי להבחין בין פונקציות שוות לבין פונקציות שונות שיש להן נקודה משותפת.
- קיים קושי בהבנה של סרטוט הקו בעזרת שתי נקודות כלשהן.

בכיתה ז פגשו התלמידים לראשונה את מושג הפונקציה.

מומלץ לרענן את זיכרונם לפני שמתמקדים **בפונקציה הקווית**.

כדאי שהחזרה בנושא הפונקציות תכלול את הנושאים הבאים :

- מערכת צירים
- סרטוט גרף של פונקציה
- ייצוג פונקציה באמצעות טבלת ערכים וביטוי אלגברי
- סימון פונקציה
- קצב שינוי – אחיד ושאיננו אחיד
- בניית מדרגות לפונקציה
- פונקציה עולה / יורדת / קבועה

כל מורה ישלב את החזרה בנושאים השונים במקומות המתאימים בסדר הלימוד לפי שיקול דעתו.

נקודות בנושא המחייבות התייחסות:

- כדאי לדון בשאלה : איך בוחרים קנה מידה על הציר ומדוע לעיתים על כל ציר יש קנה מידה אחר.

  כמו כן, כדאי לדון בשאלה : מתי הגרף מסורטט ברביע הראשון **בלבד**.
- כל הגרפים של הפונקציות הקבועות (מלבד $y=0$), **אינם** חותכים את ציר ה- x כי הם מקבילים אליו.

  אפשר לשלב כאן ידיעות מהתחום הגאומטרי בדבר ישרים מקבילים שאינם נחתכים לעולם !
- $y=0$ היא משוואת ציר ה- x .

חשוב **להדגיש** שעל כל ישר יש **אינסוף** נקודות. לפיכך, אם נתונה משוואת הישר, כרצוננו ומציאת ערך x אפשר למצוא אינסוף נקודות הנמצאות עליו, על-ידי הצבת x כרצוננו ולמצוא את ערך ה- y המתאים. אפשר לחילופין להציב y כרצוננו ולמצוא את ערך ה- x המתאים.

כמו כן, אפשר לבדוק אם נקודה נתונה נמצאת על הישר או לא, על- ידי הצבת ערכיה במשוואת הישר. במידה והתקבלה טענה נכונה, הנקודה אכן נמצאת על הישר.

יש מקום **להדגיש** :

- את חשיבות הדיוק בסרטוט.
- את העובדה שהפתרון האלגברי נותן מענה מדויק יותר מאשר הפתרון הגרפי,

  בעיקר במצבים שבהם הפרמטרים אינם מספרים שלמים.
- פונקציה **עולה איננה** פונקציה **חיובית** בהכרח כמו שפונקציה **יורדת איננה** פונקציה **שלילית** בהכרח.

דוגמה :

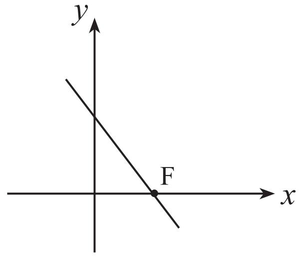
זוהי פונקציה **יורדת**.

משמאל לנקודה F היא **חיובית**.

ומימין לנקודה F היא **שלילית**.

נקודה F נקראת **נקודת האפס**.

זוהי נקודה שבה חותך גרף הפונקציה את **ציר ה-** x .



לפי משרד החינוך יש להקדיש 12 שעות הוראה ליחידה 2 .

להלן **המלצת "משבצת"** לפריסת שעות ההוראה:

יחידה 2 – שימוש במודל ליניארי לייצוג תופעות בהקשר כלכלי פיננסי	**מספר שעות**	**עמודים**	**תרגילים**
סעיף א – ריענון: הקו הישר	2	עמודי תאוריה: 67 עמודי תרגילים: 68 – 70	**(1) – (7)**
סעיף ב1 – הבנת הלינאריות בייצוגים השונים	5	עמודי תאוריה: 72 – 73 עמודי תרגילים: 74 – 82	**(1) – (20)**
סעיף ב2 – מצבים הדדיים בין ישרים בהקשר כלכלי פיננסי	5	עמודי תאוריה: 85 – 89 עמודי תרגילים: 90 – 100	**(1) – (22)**

דגשים פדגוגיים לסעיף א

בתחילת הסעיף יש תזכורת קצרה המסכמת את הידע הנדרש בנושא הקו הישר.

כאמור, הנושא נלמד בחטיבת הביניים.

הנקודות המחייבות ריענון הן:

- משוואת הקו הישר $y = mx + b$
- מה מציין כל אחד מהפרמטרים m ו- b
- חישוב שיפוע: באמצעות שתי נקודות ונוסחה
  באמצעות סרטוט "מדרגות"

הדוגמה וגם התרגילים הם בסיסיים **לא** אורייניים.

הם מתרגלים:

- מציאת נקודות חיתוך עם הצירים
- מהות השיפוע – עולה / יורד / קבוע
- מציאת שיפוע באמצעות שתי נקודות שעל הגרף
- התאמה בין ביטוי אלגברי לגרף
- מציאת משוואת הישר מתוך גרף

דגשים פדגוגיים לסעיף ב

סעיף ב1

אחרי הריענון על הקו הישר מופיעות בסעיף זה שאלות אוריינות העוסקות בנושאים כלכליים פיננסיים.
בסעיף זה אנו מתמקדים בכל שאלה במצב אחד, כלומר גרף אחד.

הערה חשובה:

בחלק מהשאלות כתוב: "*שימו לב:* בשאלות אלו הגרף הוא גרף **נקודות** והקו המרוסק מראה את המגמה."

למורה: חשוב לדון (בכל מקרה לגופו) מדוע הגרף הוא גרף נקודות. זה קורה כאשר המשתנה על ציר ה- x הוא משתנה שהוא מספר **שלם**, כמו: מספר תלמידים, מספר תשלומים, מספר שבועות.

(1) שאלות **(1)** – **(9)** –
עוסקות בהבנת הלינאריות של מצבים שונים מתוך ייצוג ויזואלי – גרף.

(2) שאלות **(10)** – **(12)** –
עוסקות בהבנת הלינאריות של מצבים שונים מתוך ייצוג ויזואלי – טבלה.

(3) שאלות **(13)** – **(16)** –
עוסקות בהבנת הלינאריות של מצבים שונים מתוך ייצוג מילולי.

(4) שאלות **(19)** – **(20)** –
עוסקות בהבנת הלינאריות של מצבים שונים מתוך ייצוג ויזואלי – גרף נקודות.

(5) שאלה **(1)** סעיף (ב) –
יש להדגיש *בהערה*: הגרף הוא **גרף נקודות** ומסומנות נקודות אחרי **כל** 5 שבועות **ולא** אחרי כל שבוע.
חשוב להבין שאין משמעות לסרטוט גרף של חיסכון ברביעים שאינם הרביע הראשון.
לכל מי ששכח – יש תזכורת מול שאלה זו על סדר הרביעים שמשום מה נקבע הפוך לכיוון השעון.

(6) שאלה **(2)** סעיף (א) 2. –
חשוב להסביר על משמעות נקודת החיתוך של הקו הישר עם ציר ה- y ועל משמעות נקודת החיתוך עם ציר ה- x. מהו גרף יורד ומדוע כאן הגרף יורד, להבדיל מהגרף שבשאלה **(1)**.

(7) שאלות **(3)** – **(4)** –
שימו לב: בשתי השאלות מופיע גרף של קו ישר ששיפועו הוא אפס (שיפוע קבוע).
בשאלה **(3)** הגרף רציף כי אפשר להתיחס לחלק מהשעה.
לעומתו, בשאלה **(4)** הגרף הוא גרף נקודות כי תשלום השכירות מתבצע פעם **אחת** בחודש עבור **כל** החודש. אפשר בהחלט להתייחס לחלק מהחודש, אבל אי אפשר להתייחס לחלק מתשלום השכירות.

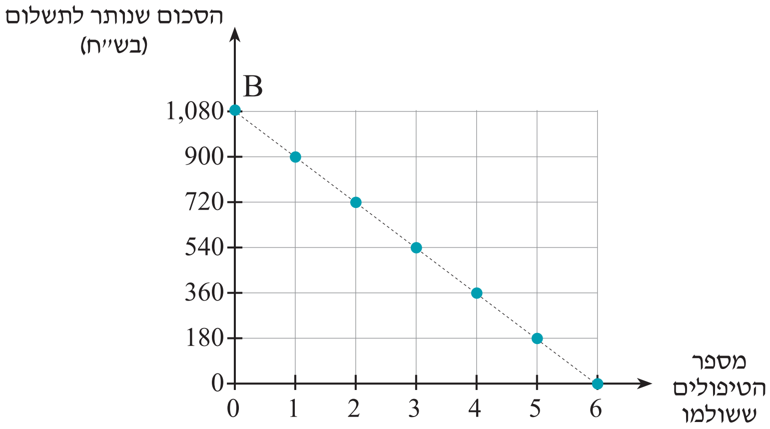
(8) שאלה **(13)** –
זוהי השאלה הראשונה שעוסקת בהבנת הלינאריות של מצב מתוך ייצוג מילולי.
כדאי לעשות אותה בכיתה יחד עם התלמידים.
יש לשים לב: הגרף מתחיל מהנקודה $(0\ ,\ 5{,}000)$!
חשוב לדון על משמעות השיפוע.

(9) שאלה **(16)** –

שאלה הדורשת **הבנה**. כדאי לפתור אותה בכיתה.

(א) משוואת הישר $y=-180x+1{,}080$ מציינת גרף יורד (שיפוע שלילי).

לכן הגרף המתאים הוא:



(ב) עלות סדרת הטיפולים הייתה $1{,}080$ ש״ח.

שיעור ה- y של נקודה B מציין זאת.

$B(0\ ,\ 1{,}080)$:

בטרם התחיל אלעד לקבל את הטיפולים, העלות שנקבעה עבורם הייתה $1{,}080$ ש״ח.

(ג) כדי לחשב את מספר הטיפולים שקיבל אלעד צריך להציב $y=0$ במשוואת הישר.

פירוש הדבר: אלעד שילם את כל הסכום עבור הטיפולים.

$$y=-180x+1{,}080$$

$$y=0 \quad \Rightarrow \quad 0=-180x+1{,}080 \quad /:180x$$

$$180x=1{,}080 \quad /:180$$

$$x=6$$

אלעד קיבל 6 טיפולים.

(ד) שיעורי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר x הם: $(6{,}0)$.

משמעותה: אחרי 6 טיפולים הסכום שנותר לתשלום הוא 0 ש״ח.

(10) שאלה **(18)** –

גם היא שאלה הדורשת **הבנה**. זוהי שאלה פתוחה.

"סיפור" אפשרי עבור משוואת הישר $y = 10x + 35$:

מוקדן בשירות לקוחות משתכר 35 ש"ח לשעת עבודה.

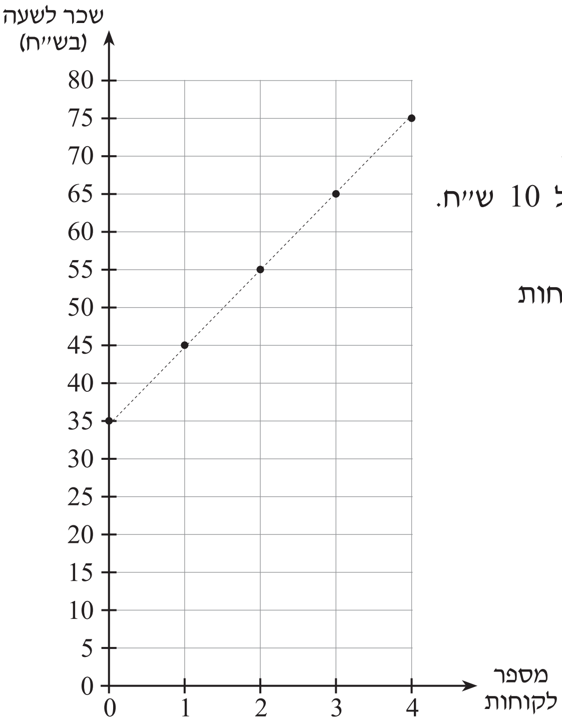
עבור כל לקוח שהוא נותן לו שירות הוא מקבל בונוס של 10 ש"ח.

סרטטו גרף המתאר את התשלום y (בש"ח)

שקיבל המוקדן עבור שעת עבודה בהתאם למספר הלקוחות

שלהם הוא נתן שירות.

הגרף ייראה כך :



(11) שאלה **(20)** סעיף (א) –

קצת קשה לתלמידים לנסח באופן מילולי מה מתאר הגרף, אבל הכינויים שליד כל אחד מהצירים יכולים לעזור להם.

הגרף מתאר את הסכום בקופת הוועד בתום כל אחד מעשרת החודשים המוצגים.

שימו לב: התשובה לסעיף (ה) **איננה** ניתנת לקריאה מתוך הגרף. היא צריכה להיות **מחושבת**.

סעיף ב2

בתחילת סעיף ב2 יש תזכורת על שלושת המצבים ההדדיים בין שני ישרים במישור.

נושא זה נלמד בהרחבה בחטיבת הביניים.

שלוש הדוגמאות הראשונות הן דוגמאות בסיסיות שבכל אחת מהן מתואר אחד מהמצבים ההדדיים.

דוגמה **(4)** היא דוגמה אוריינית.

(1) שאלות **(1)** – **(3)** –

שאלות בסיסיות המתרגלות את הנושא.

(2) שאלות **(4)** – **(21)** –

הן שאלות אורייניות בנושאים שונים כמו : מכון כושר, חניונים, נסיעות, חוגים במתנ"ס, הסעה לתחרות כדורעף, חיסכון, תשלום עבור מחשב, תשלום עבור השכרת רכב.

(3) שאלות **(4)** , **(6)** , **(9)** , **(10)** , **(13)** , **(16)** , **(17)** , **(18)** –

עוסקות בישרים נחתכים.

(4) שאלות **(5)** , **(7)** , **(8)** –

עוסקות בישרים מקבילים.

(5) שאלה **(14)** –

הגרף כאן מסורטט ברביע הראשון וברביע השני.

הסיבה: רן התחיל לחסוך חצי שנה לפני שמיטל התחילה לחסוך.

אם הכינוי של ציר ה- x הוא מספר החודשים מתחילת החיסכון של מיטל,

אז יש צורך בחודשים שלפניכן כדי להראות את הדרף של רן. לכן נחוץ הרביע השני.

(א) לפי האמור לעיל גרף ① מתאר את החיסכון של רן.

(ב) $A(-6,0)$, משמעות הנקודה - רן התחיל לחסוך 6 חודשים **לפני** מיטל.

(ג) $B(0,210)$

לאורה: על ציר y **אין** שנתות.

התלמידים נדרשים לחשב את שיעורי ה- y של נקודה B

בהתאם לנתונים בתחילת השאלה.

רן חסך כל חודש 35 ש״ח, לכן במשך 6 חודשים חסך 210 ש״ח ($35\cdot6=210$).

זהו בדיוק הסכום שהיה לרן כשמיטל התחילה לחסוך.

(ד) 1. $y=35x+210$

לאורה: התלמידים למדו בהרחבה את נושא הקו הישר בחטיבת הביניים.

השיפוע (35) מייצג את הסכום החודשי הקבוע של החיסכון

והאיבר החופשי (210) הוא ערך ה- y של נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- y .

2. $y=70x$

הגרף המתאר את החיסכון של מיטל עובר דרך ראשית הצירים.

השיפוע (70) מציין את סכום החיסכון החודשי שלה.

3. שני הקווים המרוסקים נחתכים. משמע, בחודש ה- 6 היה לשני הילדים סכום **זהה**.

4. כדי לדעת את הסכום **הזהה** נדרש **חישוב**.

אפשר להציב $x=6$ במשוואה המתארת את החיסכון של רן ולקבל:

$$y=35\cdot6+210=210+210=420$$

או להציב $x=6$ במשוואה המתארת את החיסכון של מיטל ולקבל: $y=70\cdot6=420$

בשני המקרים קיבלנו 420 ש״ח.

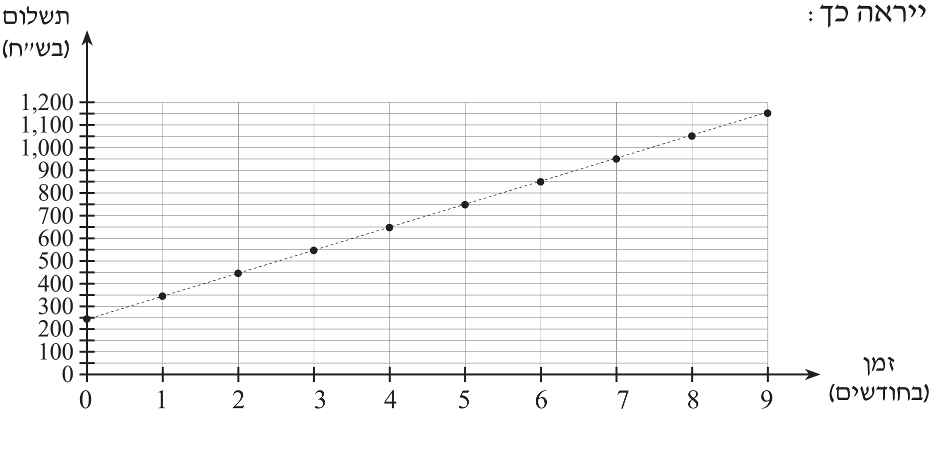
שימו לב: שיעורי נקודת החיתוך הם $(6,420)$

(6) שאלה **(19)** –

עוסקת בישרים מתלכדים.

התלמידים מתבקשים לסרטט את הגרפים **באותה** מערכת צירים כדי להיווכח שהם **מתלכדים**.

הסרטוט ייראה כך:



(7) שאלות **(20)** , **(21)** –
עוסקות בשלושה ישרים נחתכים.

(8) במספר שאלות מתבקשים התלמידים להסביר את משמעות השיפוע – כדאי לדון על כך בכיתה.
כמו כן, כדאי להזכיר שישרים מקבילים לא ייפגשו לעולם !

(9) שאלות **(16)** – **(18)** –
הן שאלות מילוליות. התלמידים מתבקשים לסרטט בעצמם את הגרפים המתאימים.
יכול להיות שיהיו תלמידים שיתקשו בפתרון שאלות אלו כי יש צורך בהבנת הנקרא.

(10) שאלה **(22)** –
היא שאלה פתוחה וכדאי בהחלט לשמוע רעיונות של תלמידים בכיתה ולדון עליהם.
״סיפור״ אפשרי עבור משוואת הישר $y = 3x + 10$:
בחניון ״**תלפיות**״ משלמים 10 ש״ח כניסה + 3 ש״ח לכל שעת חניה (חלק מהשעה משולם באופן יחסי).
עבור משוואת הישר $y = x + 14$:
בחניון ״**הנמל**״ משלמים 14 ש״ח כניסה + 1 ש״ח לכל שעת חניה (חלק מהשעה משולם באופן יחסי).

התרגילים המומלצים לפתרון בכיתה:

יחידה 2	תרגיל	עמוד
סעיף א	כל התרגילים **(1)** – **(7)** כדי לבסס את הריענון	70-68
סעיף ב1	**(2)**	74
	(4)	75
	(8)	77
	(9)	78
	(13)	80
	(16)	80
	(18)	81
	(20)	82
סעיף ב2	**(3)**	90
	(4)	91
	(6)	92
	(8)	93
	(9)	94
	(12)	95
	(17) , **(18)**	98
	(19) , **(20)**	99
	(22)	10

יחידה 3 : קנייה ומכירה, שכר, רווח והפסד

מבוא

יחידה זו עוסקת בשאלות אוריינות בנושאים :

- קנייה ומכירה
- שכר
- רווח והפסד

יחידה זו מחולקת ל- 3 סעיפים.

סעיף א – פתרון שאלות שבהן מוצגים הנתונים באופן מילולי בטבלה.

א1 שאלות קנייה ומכירה (**ללא** שימוש באחוזים).

א2 שאלות קנייה ומכירה (**עם** אחוזים).

א3 שאלות שכר.

סעיף ב – הכנסות, הוצאות, רווח והפסד.

סעיף ג – פתרון שאלות שבהן מוצגים הנתונים באופן ויזואלי.

מבוא מתמטי

א. אחוזים

(**מעובד מתוך :** אילני ב. ושמואלי נ., **אחוזים - רקע תיאורטי**, אילני ב., אוברמן ג', (עורכים). יחס ואחוזים – מודולה מתקדמת. המרכז הארצי להוראת מתמטיקה, אוניברסיטת חיפה, 2005.)

1. מהו אחוז ?

בשפה האנגלית מבדילים בין שני מונחים : percent ו- percentage .

Percentage מוגדר כיחס בין שני מספרים כאשר המחלק הוא 100 .

Percent – (שנקרא גם per centum) מוגדר כמאית $\left(\frac{1}{100}\right)$, החלק האחד מתוך המאה (Cambridge dictionary of the English Language).

נשאלת השאלה האם אחוז הוא מספר ?

בתכנית הלימודים החדשה של בית-הספר היסודי (2004), בדוגמאות והבהרות מופיע : "משתמשים באחוזים בעיקר לתאור חלק של כמות ולכן אין נוהגים לומר ' 50% של מטר' אך אומרים ' 50% של תלמידים' ". נשאלת השאלה, האם רק "לא נהוג" או שאי-אפשר להחליף חצי מטר ב- 50% מטר ?

מאחר ואחוזים מתארים חלק של כמות, הם אינם מספרים כמו שברים. לשברים יש תפקידים רבים ורק אחד מהם הוא תאור חלק של כמות, לכן ניתן להחליף את השבר באחוז **רק** כאשר הוא מתאר חלק של כמות. לפי משלר (1969) : "האחוזים אינם אלא שמות אחרים למספרים אולם בדבר אחד הם נבדלים מהמספרים : ברוב המקרים משתמשים בהם כאופרטורים" (operators עשרוני).

לא נוכל להשתמש באחוז במקרים כמו : 'שטח הריבוע הוא $\frac{1}{4}$ מ"ר'

או בתרגיל $3+\frac{1}{4}$, וכן לא ניתן להחליף 25% במקום $\frac{1}{4}$ על ציר המספרים.

2. ההיסטוריה של מושג האחוז

בספרות ניתן למצוא התייחסות לסימן % , ורק מעט על ההיסטוריה של התפתחות מושג האחוז והסיבות להיווצרותו. מספרו של Smith (1898) אפשר ללמוד, שהצורך בשבר עשרוני הורגש הרבה לפני המצאתו וזאת מתוך השימוש בחישובים עם שברים כמו: $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{20}$. צורך זה גרם להולדת המושג אחוז שתפס את מקום השבר העשרוני וכיום מסומן בסימן % .

אפשר ליחס את המצאת מושג האחוז לרומאים, שהיו מחשבים $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{25}$, בתשלומי מיסים עבור שחרור מעבדות או במכירת עבד וכו'. כך, מבלי להכיר את המושג אחוז, הם השתמשו בו בשברים שקל להפוך את המכנה שלהם ל- 100 .

בימי הביניים, במערב ובמזרח כאחד, התעורר הצורך בסוגים רבים יותר של מטבעות, וזה הוביל לשימוש במספר 100 כבסיס לחישובים.

במאה ה- 15 באיטליה ניתן היה למצוא דוגמאות רבות של התבטאויות כמו: 20 p 100 , X p cento , VI p c , כלומר 20% , 10% , 6% . בעבודה של Chiarino (1481) נעשה שימוש ב- XX per C עבור 20% ו- VIII in X perceto עבור 8 מתוך 10% . עדויות נוספות לשימוש במושג האחוז אנו מוצאים גם בפרסומים של Borghi (1484) ו- Pellos (1492).

בתחילת המאה ה- 16 השתמשו במושג האחוז עבור חישובים מסחריים כמו ריבית, רווח והפסד.

בתחילת המאה ה- 17 , החישוב נעשה בדרך כלל במאיות בחישובים של רווח והפסד. אפשר לראות זאת בכתבי Mellis (1594) בהם נעשה השימוש באחוז בדרך עקיפה בלבד, אך בספרים רבים אחרים הוצגו בעיות אחוזים ממש כפי שהן מוצגות כיום.

מקור הסימן %

בספרו של Florian Cajori (1993) , A history of mathematical notations , מובאים דבריו של Smith (1898) ביחס למקור הסימן % .

Smith כותב שבאיטליה בשנת 1425 השתמש סופר לא ידוע בסימון, שהתפתח באופן טבעי לאחר מכן לסימן % . במקום לרשום "Per 100" או "p 100" או "p cento" כפי שכתבו עד אז, הוא כתב "p 0".

וכך הפך הסימן ב- 1650 ל- $\frac{0}{0}$, כאשר לפירוש המקורי לא נשאר זכר.

יותר מאוחר ה-"per" הושמט, וכך נשאר הסימן $\frac{0}{0}$ או % .

באמריקה מציינים כיום אחוז בסימן % , בעוד שבמספר ארצות כמו אנגליה משתמשים בביטוי per cent (שפירושו מאית).

3. הקשר בין אחוזים ופרופורציה

האחוזים הם מקרה פרטי של פרופורציה.

אפשר למצוא חיזוקים לטענה זו בכל הפרקים הקודמים.

- הגדרת מושג האחוז: יחס בין מספר לבין המספר 100 .

  כאשר היחס הוגדר: מנת החילוק של שני גדלים (מספרים טבעיים)

  הסימון: $\frac{a}{b}$ (a ו- b טבעיים).
- שימוש באחוזים בפתרון שאלות: כל השאלות העוסקות באחוזים נגזרות מן הפרופורציה היסודית $\frac{a}{b}=\frac{p}{100}$.
- האסטרטגיות לפתרון שאלות אחוזים מתבססות על פרופורציה.

מכאן אפשר לראות שאחוזים הם מקרה פרטי של **פרופורציה.**

4. מושגים שידיעתם חיונית להבנת הנושא

(א) צמצום והרחבת שברים : $\frac{1}{2}=\frac{?}{100}$

(ב) מעבר משבר פשוט לשבר עשרוני ולהפך : $1\frac{1}{4}=1.25$, $0.8=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$.

(ג) החלקים המרכיבים את השלם, משלימים תמיד זה את זה ל- 1 .

<u>*לדוגמה*</u>:

- אכלתי $\frac{1}{4}$ תפוח ונשאר לי $\frac{3}{4}$ תפוח.
- 0.5 מהספרים בספרייה הם בעברית, 0.3 מהם באנגלית והשאר בצרפתית.

איזה חלק מהספרים הם בצרפתית ?

(ד) הגודל היסודי איננו קבוע :

- $\frac{1}{4}$ של 100 לעומת $\frac{1}{4}$ של 20 .
- $\frac{1}{5}$ של 100 יכול להיות שווה ל- $\frac{1}{4}$ של 80 .

(ה) מציאת חלק של כמות, מציאת החלק ומציאת הגודל היסודי (זה כולל פתרון שאלות מילוליות כשהחלק מבוטא בשברים פשוטים או עשרוניים).

- כמה הם $\frac{1}{4}$ של 80 ?
- איזה חלק מהווים 20 ש״ח מתוך 80 ש״ח ?
- 3 תלמידים מהווים $\frac{1}{4}$ מכל הקבוצה. כמה תלמידים בקבוצה ?

על מנת לפתור שאלות אלה ואחר-כך שאלות אחוזים, יש להכיר את התבנית –

הכמות החלקית = הגודל (השלם) היסודי × החלק

כלומר, לשלוט בפתרון משוואה המקשרת בין 3 גדלים : $\boxed{a\cdot b=c}$

- מציאת הכמות החלקית c : $a\cdot b=?$
- מציאת הגודל היסודי b : $a\cdot ?=c$
- מציאת החלק a : $?\cdot b=c$

5. דרכים מקובלות לפתרון שאלות אחוזים

אחוזים הם מקרה פרטי של פרופורציה. אפשר לראות, שכל השאלות באחוזים נגזרות מן הפרופורציה היסודית $\frac{a}{b}=\frac{p}{100}$.

את שאלות האחוזים ניתן לחלק לשלושה סוגים :

(1) <u>מציאת הכמות</u> a המהווה p% מהכמות b (נקרא למטלה זו מכאן ואילך ״ערך האחוז״);

(2) <u>מציאת האחוז</u> p המהווה את הכמות a מתוך הכמות b (להלן ״האחוז״);

(3) <u>מציאת הגודל היסודי</u>, מציאת הכמות b אם ידוע כי p% ממנה היא הכמות a .

את כולן ניתן לפתור במספר דרכים שונות, אך כולן מתבססות בעצם על פרופורציה.

א. שיטת הפרופורציה (Allinger ,1985)

מגדירים פרופורציה כשוויון בין שתי מנות של מספרים טבעיים.

מסמנים : $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ (a, b, c, d טבעיים)

דוגמה :

בבית החרושת מייצרים 1000 גולות ביום, 5% מהגולות פגומות.

כמה גולות פגומות מיוצרות ביום ?

פתרון :

נסמן ב- n את כמות הגולות הפגומות.

$$\frac{\text{חלק}}{\text{שלם}}=\frac{n}{1{,}000}=\frac{5}{100}$$

$$n=\frac{5\cdot 1{,}000}{100}$$

$$n = 50 \text{ גולות}$$

שיטה זו טובה יותר מהאחרות, כיוון שפרופורציה היא נושא רחב המכיל תת נושאים רבים וביניהם גם נושא ה"אחוז". אם התלמיד ישלוט היטב בשיטת הפרופורציה, סביר להניח, שישלוט גם באחוזים, שהם מקרה פרטי של פרופורציה.

ב. שיטת פקטור פקטור – "מציאת החלק מהשלם" (Allinger ,1985)

דוגמה : השאלה הנ"ל תיפתר באופן הבא :

פתרון : $n = $ 5% של 1,000

$$n=\frac{1{,}000\cdot 5}{100}$$

$$n = 50 \text{ גולות}$$

שיטה זו שימושית ביותר, אך לדעתנו, בעייתית, כיוון שהיא מעודדת שימוש בנוסחאות וחוקים ללא הבנה, ויכולה לגרום לקשיים בהבנת מושג האחוז.

ג. טבלת התאמה – "ערך משולש" (אחת שתיים שלוש, תשמ"ו)

דוגמה : השאלה הנ"ל תיפתר באופן הבא :

החלק	הכמות
100%	1,000
5%	?

כדי למצוא את מספר הגולות הפגומות יש לכפול את הערכים הכתובים באלכסון ולחלק בערך הנתון שנותר.

כלומר, מספר הגולות הפגומות יחושב כך : $?=\frac{1{,}000\cdot 5}{100}=50$

לפי עיקרון זה אפשר לפתור שאלות משלושת סוגי המטלות, כאשר בכל סוג מטלה סימן השאלה יימצא במקום אחר.

שיטה זו שימושית למדי, ולדעתנו, טובה יותר מקודמתה, אך עדיין לא מספיק טובה, כיוון שגם בה יש אפשרות לשימוש בחוקים ללא הבנה.

ד. מציאת יחידה – אחוז אחד

לדוגמה: השאלה הנ"ל תיפתר באופן הבא:

כמה גולות מהווים 1% של הגולות: $10 = \frac{1,000}{100}$

כמה גולות מהווים 5% של הגולות: $50 = 10 \cdot 5$

שיטה זו איננה שימושית כמעט, אך היא טובה, משום שהיא מעודדת מחשבה והבנה. התלמיד צריך להבין את משמעות האחוז, כדי שיוכל לדעת כמה הם 1% מהכמות הכללית ומכאן להסיק כמה הם יותר מ- 1% של הכמות הכללית.

6. גורמים עיקריים לקושי בתפיסת מושג האחוז

המחקרים מדווחים כי לימוד נושא האחוזים הוא קשה, היות והמושג עצמו מסובך יותר מכפי שהוא נדמה.
הסיבות העיקריות לקושי הן:

(א) קשיים קוגניטיביים התפתחותיים.

אחוזים הם מקרה פרטי של פרופורציה, ופרופורציה היא סכמה שנרכשת בשלב הפורמלי.

(ב) חוסר הבנה וחוסר ידע בשברים.

האחוז מוגדר כמאית, שבר שמכנהו 100.

חוסר ידע והבנה בשברים יגרור חוסר הבנה בעת ההתמודדות עם שאלות אחוזים.

(ג) קושי הנובע מהגדרת המושג אחוז ואופן ייצוגו.

האחוז מוגדר כיחס ומוצג כמספר רציונלי.

משתמשים בו גם כיחס וגם כמספר רציונלי.

(ד) קשיים הנובעים מן ההוראה.

- אי-התאמה בין הוראת אסטרטגיות לפתרון שאלות לבין הרמה הקוגניטיבית של התלמיד.
- הוראת פתרון שאלות אחוזים באסטרטגיות המתבססות על נוסחאות בלבד, ללא הבנה.

כמו כן:

- תלמידים טועים תוך כדי שימוש באלגוריתם שאינו מתאים.
- יש קשיים לגבי אחוזים הגדולים מ- 100.
- במקרים רבים התלמידים מתעלמים מסימן האחוז או מתייחסים לאלגוריתם כאל אלגוריתם של מספרים שלמים.
- קשה לתלמידים להבין את הקשר בין הייצוגים השונים של השבר.
- נתון המקרה הבא:

  "התייקרות ב- 10% ואחר-כך הוזלה ב- 10%.

  האם המוצר חזר למחירו ההתחלתי?"

  חלק גדול של התלמידים חושב כי בשני המקרים המחיר הוא אותו מחיר.

  הם אינם מבינים כי ערך האחוז תלוי בערך השלם **השונה** בכל אחד מהתהליכים.

מקורות

הרשקוביץ, ר', והלוי, ת' (1988). קדימה אל האחוזים. **מספרים: עלון למורי המתמטיקה**, ב'(2), 3-15.

מילר, א' (1989). **מתמטיקה חלק א'** (עמ' 43). אינטגרל.

משלר, מ' (1974). **אלגברה לשנת הלימודים השביעית**, (עמ' 358). עם עובד, תל-אביב.

שמואלי נ. (1993) **,תפיסת מושג האחוז, עבודת גמר לקראת התור "מוסמך למדעי הרוח"**. אונ' תל-אביב.

Allinger, G. D. (1985). Percent calculators and general mathematics. *School Science and Mathematics*, 85, 567-573.

Cajori, F. (1993). *A history of mathematical notations*. New York: Dover Publications.

Smith, D.E. (1898). History of Mathematics. V. II. New York. Dover publication. 247-250.

דגשים חשובים

- ערך האחוז משתנה בהתאם לכמות הכללית הנתונה שממנה רוצים למצוא אותו.
- הנחה של 25% $\Leftarrow$ מחיר המוצר לאחר הנחה הוא 75% ממחירו ההתחלתי.
- התייקרות של 25% $\Leftarrow$ מחיר המוצר לאחר הנחה הוא 125% ממחירו ההתחלתי.
- מצב של התייקרות ב- a% ואחר כך הוזלה ב- a% שקול
  למצב של הוזלה ב- a% ואחר כך התייקרות ב- a% .
- אבל, מצב של התייקרות ב- a% ואחר כך הוזלה ב- a% (או להפך, קודם הוזלה ואחר כך התייקרות באותו אחוז) **אינם "מתקזזים"** והמחיר ההתחלתי **שונה** מהמחיר הסופי !

ב. מודל לפתרון שאלות מילוליות

מתוך המאמר: אילני ב., מרגולין ב., בין לשון ומתמטיקה - חינוך לחשיבה אוריינית בפתרון בעיות מילוליות במתמטיקה. דפים מס' 45 עמ' 114-139 , דצמבר 2007 , הוצאת מכון מופ"ת

הכותבות הציעו במאמר, מודל הוראה בן תשעה שלבים לפתרון שאלות מילוליות במתמטיקה.

א. קריאת השאלה

השלב הראשון – איסוף הפרטים – יש לקרוא את השאלה "מלמטה למעלה",
כשהמטרה היא חשיפת המשמעות בטקסט. תהליך הקריאה הוא תהליך מצטבר מן היחידות הקטנות ביותר (המילים) ועד היחידה הגדולה ביותר (הטקסט השלם).

ב. הבנת הסיטואציה הלשונית

השלב השני – שלב ה"חימום" – קריאת השאלה פעם נוספת, תוך כדי גישוש רב- כיווני
בדרך של "סיעור מוחות" (brain storming). בשלב זה ישאל הקורא את עצמו שאלות אחדות:

(1) האם כל המילים ברורות ?

(2) האם כל המשפטים ברורים ?

(3) מהן מילות המפתח ?

רצוי מאוד שהתלמידים יסמנו את מילות המפתח.

<u>*לדוגמה*</u>: "יוסי בחר מספר (שונה מאפס) **וכפל** אותו ב- 6 .
הוא **הוסיף** 30 **וחילק** את התוצאה במספר שבחר. הוא קיבל 6 .
מה תוכלו לומר על המספר שבחר יוסי ? הסבירו."

(1) האם מילות המפתח מובנות ?

(2) מהי השאלה ?

(3) האם השאלה מובנת ?

(4) כיצד אוכל לתאר במילים שלי את השאלה ?

ג. הבנת הסיטואציה המתמטית

הכותבות מגדירות "סיטואציה מתמטית" כהקשר המתמטי של השאלה, המתייחס לשני סוגים של מידע: נתונים ושאלה. הנתונים הם כל הביטויים שאנו מניחים כי הם קיימים בשאלה. הם יכולים להופיע בצורה מפורשת או סמויה. הנתונים המפורשים הם אלה המוזכרים בטקסט, ואילו הנתונים הלא מפורשים הם האכסיומות, המשפטים ועובדות סמויות שאפשר להשתמש בהם לשם פתרון השאלה. השאלה מכוונת לביטוי שאותו רוצים למצוא.

בשלב זה ישאל הקורא את עצמו את השאלות:

(1) מהו היחס שלי לנושא המתמטי של השאלה ?

(2) האם יש קושי בשאלה ?

(3) האם כל הנתונים ברורים ?

(4) האם יש נתונים סמויים בשאלה ?

(למשל: בשאלה המתארת "שבוע עבודה", האם הכוונה ל- 7 ימי עבודה, ל- 6 ימים או ל- 5 ימים, כפי שמקובל כיום ?)

(5) האם יש נתונים מיותרים ?

(למשל: בשאלה המלווה בסיפור רקע, האם יש נתונים מיותרים על הגיבורים ?)

(6) האם אני מבין את הקשר בין הנתונים לשאלה ?

(7) האם אפשר להדגים את השאלה במקרים פרטיים ?

ד. התאמת הסיטואציה המתמטית לסיטואציה הלשונית

בשלב הזה יש לקרוא את השאלה פעם נוספת "מלמעלה למטה". הפעם, פעולת הקריאה היא החלת סכמות מתמטיות על הטקסט, כשמיקום המשמעות הוא סכמות הידע של הקורא.

תהליך הקריאה בשלב זה הוא תהליך מצטבר מחיבור של סכמות הידע במתמטיקה לסכמות של הטקסט.

בשלב זה ישאלו הפותרים את עצמם את השאלות:

(1) האם שמות העצם בשאלה מופיעים בה שוב בצורה אחרת ?

למשל: נתונים "תפוחים" ואחר כך שואלים על "פירות".

חשוב שפותרי השאלה יבינו שתפוח הוא פרי.

(2) האם יש "רמזים מילוליים" בשאלה, כלומר מילים מסוימות המסייעות כרמז לבחירת הפעולה החשבונית הדרושה לפתרון השאלה ?

למשל: השימוש במילים "יותר", "פחות", "פי" וכו'.

(3) האם אפשר להדגים את השאלה באמצעות ציור, טבלה, תרשים או גרף ?

ה. העלאת רעיונות לפתרון

לפתור שאלה פירושו, למצוא סדר של צעדים, החל במצב הנתון (בשאלה) ועד למטרה המיוחלת, כך שכל צעד מתקבל מקודמו על- ידי פעולה לוגית המותרת ב"עולם השאלה הנתונה". התהליך המוביל לפתרון שאלות קשור בבחירה הולמת, כלומר בחיפוש אחר שיטה, רעיון, צעדים או דרך.

לפני שניגשים לפתרון השאלה יש צורך לחקור אותה בדרכים שונות. כדי להפוך את החיפוש לשיטתי חייבים להכיר אסטרטגיות כלליות לפתרון שאלות וגם אסטרטגיות מיוחדות לסוגים שונים של שאלות.

בשלב הזה יתלבט הלומד בשאלות:

(1) האם השאלה ייחודית ?

(2) האם נתקלתי בשאלות דומות ?

(3) האם אפשר לבנות סכמה לפתרון השאלה על סמך ניסיון העבר ?

ו. ניפוי הרעיונות

לאחר העלאת הרעיונות השונים לפתרון השאלה יש לבדוק האם כל אחד מהרעיונות מסייע לפתור את השאלה. יש לנפות רעיונות שאינם מסייעים ולהשאיר רעיונות רלוונטיים בלבד.
פעמים רבות תלמידים מציעים רעיונות אחדים, והשימוש בשאלות הבאות בשלב זה ממקד אותם.

בשלב הזה ישאל הלומד את השאלות:

(1) האם הרעיון עוזר לי לפתור את השאלה ?

(2) כיצד הרעיון עוזר לי לפתור את השאלה ?

ז. בניית מודל מתמטי

החוקרים העוסקים בתהליך של בניית מודל מתמטי לתופעה מסכימים, שפירושו של התהליך הוא, מתמטיזציה של תופעה או תאור מתמטי של התופעה כולה, במקום בדיקת פרמטרים בודדים מתוך התופעה הזאת. לכן, יש צורך בבניית מודל מתמטי כבנייה של ייצוגים בשפה המתמטית, כמו תרגיל או משוואה.
בשלב הזה יעלה הלומד את השאלות:

(1) מה אעשה בשלב הראשון כדי לפתור את השאלה ?

(2) האם אני יודע כיצד לפתור את השאלה ולבנות מודל מתמטי מתאים ?

(3) באיזה מודל מתמטי אשתמש לפתרון השאלה ?

באמצעות פעולה אינטראקטיבית של הפעילויות האלה: הגדרת השאלה והבנת הסיטואציה שהיא מתארת, בניית מודל מתמטי של היסודות המתמטיים הרלוונטיים בשאלה, הבנת היחסים והתנאים הכרוכים בשאלה ושימוש במודל המתמטי, יבנה הלומד סכמה המציגה את מערכת הקשרים שבין הידע הקודם לבין הסכמות של הטקסט המתמטי.

ח. מציאת הפתרון

לאחר מציאת המודל המתמטי, יש להחיל אותו ולהגיע אל הפתרון המיוחל. חשוב לבדוק אם זהו הפתרון היחיד, שכן ייתכן שיש יותר מפתרון אחד, ויש למצוא את כל הפתרונות האפשריים לשאלה.
בשלב הזה ישאל הלומד שתי שאלות:

(1) האם זהו הפתרון היחיד ?

(2) מהם כל הפתרונות האפשריים לשאלה ?

ט. בקרה

יש לבדוק אם פתרון השאלה אכן מתאים לשאלה עצמה. כלומר, יש לחזור אל השאלה המקורית, לקרוא אותה שוב ולבדוק את הנקודות הבאות:

(1) האם הפתרון הוא הגיוני ?

(2) האם הפתרון מתאים לסיטואציה הלשונית ?

(3) האם הפתרון מתאים לסיטואציה המתמטית ?

(4) האם המודל המתמטי שהשתמשתי בו התאים לשאלה ?

שלב זה הוא שלב חשוב ביותר, כי פעמים רבות נראה שהתקבל הפתרון, אך הפתרון איננו הגיוני
(*לדוגמה*: 2.2 אנשים), ואז צריך לחזור על כל התהליך.
כדאי לבחון את הפתרון ולבדוק את כל המהלכים שהובילו אליו.

חשוב לציין שבכל שאלה מילולית יש צורך לעבור על כל השלבים, אבל לומדים שונים צריכים להתמקד בשלבים שונים (מאחר וחלק מהשלבים נעשים כבר באופן "אוטומטי"). בזמן ההוראה, יש לעבור בכל פעם על שלב אחר, לאתר שלבים שבהם יש קושי ספציפי ללומדים שונים ולהתמקד בהם.

לפי משרד החינוך יש להקדיש 15 שעות הוראה ליחידה זו.

להלן **המלצת "משבצת"** לפריסת שעות ההוראה:

יחידה 3 – קנייה ומכירה, שכר, רווח והפסד	**מספר שעות**	**עמודים**	**תרגילים**
סעיף א1 – שאלות קנייה ומכירה (**ללא** שימוש באחוזים)	2	עמודי תאוריה: 106 – 109 עמודי תרגילים: 110 – 113	**(1) – (13)**
סעיף א2 – שאלות קנייה ומכירה (**עם** אחוזים)	3	עמודי תאוריה: 114 – 116 עמודי תרגילים: 116 – 118	**(1) – (11)**
סעיף א3 – שאלות שכר	3	עמודי תאוריה: 120 – 122 עמודי תרגילים: 122 – 126	**(1) – (14)**
סעיף ב – הכנסות, הוצאות, רווח והפסד	4	עמודי תאוריה: 128 עמודי תרגילים: 129 – 135	**(1) – (22)**
סעיף ג – פתרון שאלות שבהן מוצגים הנתונים באופן ויזואלי	3	עמודי תאוריה: 138 – 139 עמודי תרגילים: 140 – 145	**(1) – (11)**

דגשים פדגוגיים לסעיף א

סעיף א1

פתרון שאלות מילוליות הוא נושא שנלמד בשנים קודמות.

בתחילת הסעיף יש תזכורת כללית לפתרון שאלות מילוליות ובפרט שאלות העוסקות בקנייה ומכירה.

הנושאים האלגבריים הנלווים הם:

- פתרון משוואות ממעלה ראשונה
- פתרון מערכת משוואות ממעלה ראשונה

בנספח א אפשר למצוא ריענון בנושאים אלגבריים אלו שכמובן נלמדו בשנים קודמות.

בסעיף עצמו יש תזכורת קצרה עם דוגמאות לפתרון מערכת משוואות ליניאריות בשיטת ההצבה ובשיטת השוואת מקדמים.

(1) כל השאלות מלבד שאלה **(8)** הן שאלות אוריינית.
חלקן שאלות מתפתחות (**(1)** , **(2)** , **(4)** , **(11)**).

(2) שאלות **(1)** – **(7)** הן שאלות שאפשר לפתור באמצעות משוואה ליניארית **אחת**.
בכל השאלות מלבד שאלה **(5)** יש הכוונה איזה נעלם לסמן ב- x.

(3) שאלה **(8)** – תרגול פתרון מערכת משוואות.

(4) שאלות **(9)** – **(13)** ניתנות לפתרון באמצעות **מערכת** של שתי משוואות ליניאריות.

(5) אפשר בהחלט לרכז נתונים בטבלה (ראו דוגמאות בסעיף זה).

<u>סעיף א2</u>

בסעיף זה בשאלות הקנייה והמכירה משולבים **אחוזים**.

נושא האחוזים נלמד בחטיבת הביניים, הוזכר ותורגל באשכול הקודם בכיתה יוד,
וגם כאן יש תזכורת **פעם נוספת** לנושא האחוזים.

ביטוי שגור הוא "**ערך משולש**".
הוא בעצם נובע מתוך הפרופורציה וחוקיה.

יש הנעזרים בפרופורציה $\frac{\text{מספר אחוזים}}{100} = \frac{\text{ערך האחוז}}{\text{הכמות הכללית}}$

ויש הנעזרים בכתיבה בטבלה, שלה הם קוראים "ערך משולש" שבו כופלים באלכסון
ומחלקים במה שנשאר כדי למצוא את החסר.

(1) בשאלה **(1)** חשוב להדגיש שאחוז הוא תמיד **מתוך כמות**.
רצוי להראות ולהסביר את השוויון $x + \frac{17x}{100} = 1.17x = \frac{1.17x}{100}$.

(2) יש **להדגיש**:

כשמוצר מתייקר, ערכו **גבוה** מ- 100% ממחירו ההתחלתי.

כשיש הנחה על מוצר, ערכו **נמוך** מ- 100% ממחירו ההתחלתי.

(3) שאלה **(6)** – סעיף (ב) –

באופן טבעי יאמרו התלמידים שאם המעיל התייקר ב- 15%

אז יש להוזיל אותו ב- 15% כדי להחזירו למחירו ההתחלתי.

אמירה זו כמובן **איננה** נכונה, כי אחוז מסויים הוא תמיד מתוך כמות נתונה, ואם הכמות גדולה יותר
ערכו של **אותו** אחוז יהיה גדול יותר.

סעיף (ב) מסומן ב- ★ כי יש למצוא אחוז מתוך המחיר **אחרי** ההתייקרות.

(4) שאלה **(10)** – סעיף (ב) .2 –

סעיף שדורש מחשבה והבנה.

סעיף זה מסתמך על החישוב בסעיף (א) וגם לוקח בחשבון את ההתייקרות.

(5) שאלה **(11)** –

רוב התלמידים מעדיפים לפתור באמצעות מערכת משוואות, ואפילו יש הכוונה לכך בשאלה.

בסעיף (ג) נשאלים התלמידים אם אפשר לפתור באמצעות משוואה אחת עם נעלם אחד.

התשובה היא **כן**, ותלמיד או מורה המעדיפים לפתור כך, בהחלט צודקים.

המשוואה היא: $x + 1.3x = 2,070$

x ש"ח – מחיר טיפול תקופתי.

סעיף א3

בשאלות השכר משולבים **אחוזים**.

כל השאלות בסעיף זה הן שאלות אורייניות מציאותיות (נכון לשנת 2022), וחלקן שאלות מתפתחות.

מצאנו לנכון להפריד בין שאלות קנייה ומכירה ללא שימוש באחוזים לבין שאלות קנייה ומכירה עם אחוזים לבין שאלות שכר.

לכל נושא ייחדנו תת סעיף.

(1) שאלה **(4)** סעיף (ג) –

מסומן ב- ★ . סעיף הדורש מחשבה.

מצד אחד אנו אומרים שאחוז הוא מתוך כמות.

מצד שני אנו אומרים שתוספת של 5% ואחר כך תוספת של 3% , שקולות לתוספת של 3% ואחר כך תוספת של 5% .

מתברר שעובדה זו **נכונה**. היא נובעת כתוצאה מחוק החילוף בכפל:

$$\underbrace{\frac{105}{100}\cdot\left(\frac{103x}{100}\right)}_{\text{תוספת של } 3\% \text{ ואח"כ תוספת של } 5\%} = \underbrace{\frac{103}{100}\cdot\left(\frac{105x}{100}\right)}_{\text{תוספת של } 5\% \text{ ואח"כ תוספת של } 3\%}$$

(2) שאלה **(5)** ממחישה שוב את העובדה:

הפחתה של $x\ \%$ ואח"כ תוספת של $x\ \%$ **איננה** מחזירה אותנו למחיר ההתחלתי !

(3) את רוב השאלות ניתן לפתור באמצעות משוואה **אחת** עם נעלם **אחד**.

(4) שאלות **(12)** , **(13)** ו- **(14)** –

יש לשים לב שבשאלה **(12)** מדובר על **שכר לשעה**, בשאלה **(13)** מדור על **שכר ליום** ובשאלה **(14)** מדובר על **שכר לשעה**.

דגשים פדגוגיים לסעיף ב

חשוב לשים לב להבדלים בין המושגים: **הכנסה / רווח**, **הוצאה / הפסד**.

חשוב לקרוא בכיתה את ההגדרות ואת הדוגמה בעמוד 121.

בכל מקום שמדובר על ש״ח דאגנו לכתוב **שתי** ספרות אחרי הנקודה העשרונית,

למרות שבמציאות של היום (2024) המטבע הכי קטן הוא 10 אגורות.

(1) שאלה **(5)** סעיף (א) –

פירוש ההיגד: ״**הרווח הוא 0**״ הוא: הכנסה = הוצאה.

כלומר אין רווח ואין הפסד.

(2) שאלה **(6)** – מומלץ לפתור אותה בכיתה ואז לא יהיה קושי לענות על שאלה **(5)** סעיף (א)

כמובן ששני התלמידים **צודקים**.

(3) שאלה **(5)** סעיף (ג), שאלה **(7)** סעיף (ד), שאלה **(9)** סעיף (ב) –

יש לשים לב מתוך איזו כמות יש לחשב את **האחוז**.

(4) שאלה **(12)** סעיף (ג) –

מסתמך על סעיפים (ב) 1. ו-(ב) 2., ומתרגל את הנוסחה: **(הוצאות) – (הכנסות) = (רווח)**

(כלומר הרווח הוא ההפרש בין ההכנסות להוצאות).

(5) שאלה **(15)** סעיף (ג), שאלה **(16)** סעיף (ב) – הן שאלות קצת שונות:

רמת הרווחים **נשמרת** ולכן מספר הפריטים שיש למכור אחרי ההתייקרות **משתנה**.

(6) שאלה **(20)** סעיף (ד) 2. –

שימו לב: התלמידים **לא** מתבקשים למצוא את ערכם של x ו-y כי **אינם יכולים** (בשלב זה).

הם מתבקשים לבחור אפשרויות מתוך טבלת המחירים המוצגת, וזה דורש מהם הצבה והבנה.

(7) שאלה **(21)** – ***שימו לב***: קנייה פירושה – הוצאה.

(8) שאלה **(22)** – מסומנת ב- ★.

אפשר לפתור אותה באמצעות **שני נעלמים** וגם באמצעות **נעלם אחד**.

סעיפים (א) ו-(ב) פשוטים: ההוצאות הן מחיר הקנייה: 4,000 ש״ח.

הרווח הוא ההפרש בין המכירה לקנייה. במקרה זה: 500 ש״ח.

סעיף (ז) כמובן ששגוי כי $2,200+1,800=4,000$

ודני מכר את שני הטלפונים ב- 4,500 ש״ח.

פתרון באמצעות **שני נעלמים**:

x – מחיר הקנייה – דגם A.

y – מחיר הקנייה – דגם B.

(ג) דגם A נמכר **בהפסד** של 15%. לפיכך, הביטוי שבו הוא נמכר הוא $85x$ (או $\frac{85}{100}x$).

(ד) דגם B נמכר **ברווח** של 35%. לפיכך, הביטוי שבו הוא נמכר הוא $1.35y$ (או $\frac{135}{100}y$).

כדאי להזכיר: הפסד – **פחות מ-** 100% של המחיר המקורי.

רווח – **יותר מ-** 100% של המחיר המקורי.

(ה) בסעיף זה בעצם רומזים שאפשר לפתור את השאלה רק באמצעות **נעלם אחד**.

התשובה היא: ״כן״. הביטוי הוא $\left[1.35\cdot(4,000-x)\right]$

הסבר: דני שילם עבור שני הדגמים 4,000 ש״ח.

אם x (ש״ח) מייצג את המחיר של דגם A אז הביטוי המייצג את המחיר של דגם B

הוא $(4,000-x)$ ש״ח.

דגשים פדגוגיים לסעיף ג

קריאת מידע מייצוג ויזואלי – התלמידים כבר למדו.

פתרון שאלות – התלמידים כבר למדו.

משוואת הקו הישר – התלמידים כבר למדו.

השאלות בסעיף זה מורכבות מהידע המצטבר בשלושת הנושאים שהוזכרו.

כל השאלות בסעיף זה הן שאלות אורייניות.

הייצוגים בסעיף זה הם :

- טבלה
- גרף
- דיאגרמת עמודות

(1) חשוב לציין את ההבדל בין השיפועים בגרף (שאלות **(2)**, **(3)**, **(4)**, **(5)**) ומהי משמעותם.
הגרפים הם קווים שבורים.
ההבדל בשיפועים מציין את השינוי במחירים.

(2) שאלה **(5)** היא שאלה פתוחה.
כדאי לאסוף תשובות מהתלמידים ולכן מומלץ לפתור אותה בכיתה.
למשל, בשאלות **(2)** – **(4)** יש דוגמאות ל״סיפור״ שיכול להתאים לגרף.
בעיקרון צריך להבין שיש שינוי בשיפועים והגרף הוא גרף שבור.

(3) שאלות **(6)**, **(7)**, **(8)** –
עושות השוואה בין שני מצבים.

(4) בשאלות **(9)** – **(11)** –
היצוג הוויזואלי הוא דיאגרמת עמודות.

(5) שאלה **(8)** סעיף (א) –
ניסוחים מילוליים יכולים לפעמים להוות קושי לתלמידים. לכן מומלץ לפתור שאלה זו בכיתה.
בערוץ 1 : תשלום התחלתי של 25 ש״ח ותשלום של 1.33 ש״ח עבור כל שעת צפייה עד 15 שעות.
מעבר ל- 15 שעות, תשלום קבוע של 45 ש״ח, ללא תלות במספר שעות הצפייה.
בערוץ 2 : תשלום התחלתי של 15 ש״ח ותשלום של 2 ש״ח לכל שעת צפייה.

(6) שאלה **(9)** –
מידות מסכי הטלוויזיה הן באינצ׳ים ולכן יש תזכורת על המרת אינץ׳ לס״מ.
בכל מקרה אין כאן צורך בהמרת יחידות.
בשאלה זו חלק מהנתונים הם בדיאגרמת העמודות וחלק מהם בטבלה.
התלמידים צריכים לזהות היכן למצוא את הנתונים בהתאם לשאלה שהם נשאלים.

(א) הנתונים על מספר הטלוויזיות מופיעים בדיאגרמת העמודות.

(ב) כאן יש להשתמש בנתונים שבדיאגרמת העמודות **וגם** בנתונים בטבלה הנותנים מידע על מחירי הטלוויזיות בגדלים שונים.

(ג) 1. מספר הטלוויזיות בגודל 55 אינץ׳ שנמכרו היה 20 .
מספר הטלוויזיות בגודל 85 אינץ׳ שנמכרו היה 10 .
לכן ההיגד ״**נכון**״. הנתונים נקראים מדיאגרמת עמודות.

2. היגד זה ״**לא נכון**״ משום שמחיר טלוויזיה בגודל 85 אינץ׳ **איננו פי** 2 ממחיר טלוויזיה בגודל 55 אינץ׳ ($3,000\cdot 2\neq 7,440$). הנתונים נקראים מתוך הטבלה.

3. סעיף זה מסתמך על נתונים מתוך דיאגרמת העמודות ועל התשובה בסעיף (א) .
בסעיף (א) התשובה היא 95 טלוויזיות.
מספר הטלוויזיות בגודל 55 אינץ' שנמכרו היה 20 , ו- $20 \neq 95 \cdot \frac{1}{5}$.
לכן התשובה לסעיף זה היא "**לא נכון**".

4. גם בסעיף זה מסתמכים על נתונים מתוך דיאגרמת העמודות ועל התשובה בסעיף (א) .
כאן נדרש לדעת את נושא האחוזים ($38 = 95 \cdot \frac{40}{100}$).
מספר הטלוויזיות בגודל 65 אינץ' שנמכרו היה 40 .
$40 > 38$. לכן התשובה לסעיף זה היא "**נכון**".

(7) שאלה **(11)** –
יש לשים לב שהמחיר התייקר **רק** בחודשים 3 ו- 4 !

התרגילים המומלצים לפתרון בכיתה:

יחידה 3	תרגיל	עמוד
סעיף א1	(4)	110
	(6)	111
	(11) , (12)	112
סעיף א2	משימה	115
	(1)	116
	(5) , (6) , (8)	117
	(10)	118
סעיף א3	(4) , (5) , (7)	123
	(9)	124
	(12)	125
	(14)	126
סעיף ב	(3)	129
	(5) , (6)	130
	(10)	131
	(12)	132
	(15)	133
	(19) , (20)	134
	(22)	135
סעיף ג	(2)	140
	(5) , (6)	142
	(8)	143
	(9)	144
	(11)	145

יחידה 4 : שימוש במדדי מרכז לעיבוד מידע בהקשר כלכלי פיננסי

מבוא

יחידה זו מחולקת לשלושה סעיפים.

סעיף א – עוסק בחישוב מדדי מרכז : שכיח, ממוצע וחציון.

סעיף זה לא אמור להוות קושי לתלמידים כי הם מכירים את הנושא משנים קודמות,
ובפרט מהאשכול הראשון, "אשכול חברה ומדע" שנלמד בתחילת כיתה יוד.
חישוב מדדי מרכז באשכול זה נעשים בנושאים הקשורים לכלכלה.
בסעיף זה גם מופיע **ממוצע משוקלל**.

סעיף ב – השפעה של הוספה / החסרה של נתון (נתונים) על חישוב מדדי מרכז.

סעיף דומה נלמד ביחידה 3 ב"אשכול חברה ומדע". הפעם העיסוק הוא בנושאים כלכליים.
צפוי שהתלמידים ישלטו בנושא משתי סיבות :

1. למדו לפחות פעמיים על מדדי מרכז : שכיח, ממוצע וחציון.
2. בימינו, בני הנוער "מתחברים" לנושא הכספי .

סעיף ג – עוסק במציאת ערך חסר, כאשר נתונים מדדי מרכז (אחד או יותר).

מבוא מתמטי

אחד מענפי המתמטיקה הוא הענף העוסק בסטטיסטיקה, ויש לו שימוש נרחב כמעט בכל תחום בחיי היומיום. החינוך הסטטיסטי שואף להכשיר את התלמידים להיות צרכנים נבונים של נתונים כדי שיוכלו להתמודד עם שטף המידע. כמו כן, מטרתו לטפח לומדים בעלי חשיבה ביקורתית, המסוגלים לנתח ולבקר עובדות וטענות ולהסיק מסקנות המשתמעות מהן.

נושא הסטטיסטיקה הוא בעל הקשרים רבים במציאות, ונלמד בחלקו כבר בבית-הספר היסודי.
כאן מוצג סבב למידה נוסף הכולל חזרה, העמקה וקישור לתחום האלגברי.
נסקור כמה מהכשלים הסטטיסטיים הנפוצים
(מעובד מתוך המדגם http://www.haayal.co.il/story_2009).

המדגם

השלב המעשי הראשון בכל מחקר סטטיסטי הוא איסוף נתונים.
נניח, שמעוניינים למצוא את משקלם הממוצע של אזרחיה הבוגרים של מדינת ישראל.
הדרך המדויקת ביותר לעשות זאת היא, לעבור ביניהם אחד-אחד, לשקול אותם ולחשב למשל את ממוצע המשקלים. דרך זו היא בלתי אפשרית מבחינה טכנית.
לכן צריך להשתמש במדגם, כלומר למדוד את משקלם של חברי קבוצה נבחרת, מקרב אזרחי המדינה, ולחשב את ממוצע המשקלים שהתקבלו.
על מנת שתוצאות המדגם תשקפנה כראוי את "הממוצע האמיתי" של כל אזרחי המדינה, על המדגם לקיים שני תנאים חשובים :

(1) המדגים צריך להיות מספיק גדול , מאחר ובמדגם זעיר, די בנבדק אחד החורג משמעותית מהממוצע כדי לשבש לחלוטין את התוצאה. אפשר להראות באופן מתמטי כי ככל שהמדגם גדול יותר, כך נוטות התוצאות החריגות לקזז זו את זו, וההסתברות לכך שממוצע המדגם יהיה שונה במידה ניכרת מהממוצע האמיתי, הולכת ומתקרבת לאפס.

(2) המדגם צריך להיות מייצג. למשל, אם נשתמש בחישוב ממוצע משקלם של המתגייסים לצה״ל, זה לא יהיה מדגם מייצג כי המתגייסים צעירים ורובם עדיין רזים, ולכן הם אינם מייצגים את כלל אזרחי המדינה.

קושי נוסף בשלב איסוף הנתונים הוא ההסתמכות על עדותם של הנבדקים אודות עצמם.
לעיתים חלק מהנבדקים יבחרו לשקר במקרים בהם הם סבורים שתשובה כנה תאיר אותם באור לא מחמיא.
לדוגמה, 95 אחוזים מהנשאלים בסקר טלפוני שנערך בארה״ב הצהירו כי הם נוהגים לשטוף את ידיהם לאחר ביקור בשירותים, אך מנתונים שנאספו על ידי משקיפים בבתי- שימוש ציבוריים עולה כי רק כ- 67 אחוזים מהאמריקאים אכן עושים כך !
בעיית הדיווח השקרי מעיבה על מחקרים סטטיסטיים במגוון תחומים – כמו : העלמות מס, בגידות בחיי הנישואין או שימוש בסמים.
ניסויים מושפעים במידה כזו או אחרת ממזל אקראי טהור, שגם אם ניתן לצמצמו משמעותית (למשל על ידי הגדלת המדגם), לעולם לא ניתן לבטלו לחלוטין.
לכן, אם מספר רב של חוקרים יבדקו בנפרד זה מזה את יעילותה של תרופה שלמעשה אינה עושה דבר, בהחלט ייתכן שאחד מהם ״יגלה״ שהתרופה חוללה פלאות בקרב מטופליו. אותו חוקר יזדרז לפרסם את ממצאיו, בעוד שעמיתיו המאוכזבים יעדיפו לגנוז את מחקריהם ה״כושלים״. למשל, אין זה נדיר שחברת-ענק תממן מספר רב של מחקרים בלתי-תלויים, אבל תפרסם את המחקר היחיד שתוצאותיו תואמות את האינטרסים שלה, תוך הדגשת העובדה שהוא נערך על- ידי חוקרים עצמאיים, וללא כל התערבות מצידה.

הממוצע המטעה

הממוצע הוא הגודל הסטטיסטי הנפוץ והמובן ביותר, אך הוא עלול להוליך שולל.
חשוב מאוד לדעת, לפעמים, כיצד מפוזרים הנתונים סביב הממוצע. גודל סטטיסטי חשוב המודד עד כמה נרחב הוא פיזור זה נקרא סטיית תקן. מושג זה יילמד בכיתות גבוהות יותר.
חשוב לשים לב מאילו מספרים בדיוק מחושב הממוצע.
למשל, תוחלת החיים באנגליה בתחילת המאה ה- 19 הייתה פחות משלושים שנה.
מכאן, לכאורה, ניתן להסיק כי אלה שזכו להגיע לגיל 50 נחשבו לקשישים מופלגים, ששעתם קרובה. אולם זו טעות מאחר שהסיבה המרכזית לתוחלת החיים הנמוכה הייתה התמותה הגבוהה בקרב תינוקות וילדים צעירים – למעלה מ- 40% מהאוכלוסייה נפטרו בטרם הגיעם לגיל 10 .
הנתון הרלוונטי כאן אינו גיל הפטירה הממוצע בקרב כלל האוכלוסייה, אלא רק בקרב אלו שזכו להגיע לגיל 50 . מסתבר שהאחרונים נפטרו בממוצע בגיל 70 – גיל יותר סביר גם בסטנדרטים של ימינו.

לפי משרד החינוך יש להקדיש 7 שעות הוראה ליחידה 4 .

להלן **המלצת "משבצת"** לפריסת שעות ההוראה:

יחידה 4 – שימוש במדדי מרכז לעיבוד מידע בהקשר כלכלי פיננסי	**מספר שעות**	**עמודים**	**תרגילים**
סעיף א – חישוב מדדי מרכז: שכיח, ממוצע וחציון	3	עמודי תאוריה: 148 – 153 עמודי תרגילים: 154 – 164	**(1) – (25)**
סעיף ב – ההשפעה של הוספה / החסרה של נתון (נתונים) על חישוב מדדי מרכז	2	עמודי תאוריה: 168 – 171 עמודי תרגילים: 172 – 178	**(1) – (17)**
סעיף ג – מציאת ערך חסר כאשר נתונים מדדי מרכז	2	עמודי תאוריה: 180 עמודי תרגילים: 181 – 185	**(1) – (11)**

דגשים פדגוגיים לסעיף א

אנו יוצאים מנקודת הנחה שהתלמידים יודעים את המושגים: שכיח, ממוצע וחציון.

השכר הממוצע במשק הוא מושג שמשתמשים בו בכל המדיות ואין ספק שכל התלמידים נתקלו בו.

בתחילת הסעיף יש תזכורת לכל המושגים.

דוגמה **(4)** בסעיף זה עוסקת במציאת **ממוצע משוקלל**.

כל השאלות הן שאלות אורייניות וחלקן שאלות מתפתחות. בכל השאלות מופיע הפן הכלכלי פיננסי.

(1) ראוי להזכיר:
- מציאת חציון כשמספר האיברים הוא **אי זוגי**.
- מציאת חציון כשמספר האיברים הוא **זוגי**.
- ההבדל בין **החציון** לבין **מקומו**.

(2) שאלות **(1)** – **(8)** –
הנתונים הם בייצוג טבלאי.

(3) שאלות **(9)** – **(12)** –
הנתונים הם בייצוג ויזואלי – דיאגרמת עמודות.

(4) שאלה **(13)** –
שאלה מילולית הדורשת מחשבה.

(5) שאלות **(14)** – **(18)** , **(20)** –
הנתונים הם בייצוג ויזואלי – דיאגרמת עיגול.

(6) שאלות **(23)** – **(25)** –
עוסקות במשכורות **משוקללת**.

(7) שאלה **(3)** סעיף (ד) –
בסעיף זה משולבים **אחוזים**.

(8) שאלה **(8)** –
שאלה מתפתחת. בסעיף (ז) התלמידים צריכים להיזכר בתכונות הממוצע.
מי שזוכר לא יזדקק לחישוב. מי שלא זוכר יחשב את הממוצע בחנות **האחרת**.

(9) שאלה **(13)** סעיף (ג) –

מסומן ב- ★ . כי זה דורש מחשבה.

אפשר לתת דוגמה מספרית, למשל:

דרגה (בש״ח)	**10,000**	**12,000**	**16,000**
מספר עובדים	1	2	10

בדוגמה זו המשכורת **השכיחה** היא 16,000 ש״ח והמשכורת **החציונית** היא 16,000 ש״ח (מקום 7).

דרגה (בש״ח)	**10,000**	**12,000**	**16,000**
מספר עובדים	8	9	10

בדוגמה זו המשכורת **השכיחה** היא 16,000 ש״ח והמשכורת **החציונית** היא 12,000 ש״ח (מקום 13).

לכן התשובה היא: לא ניתן לדעת כי לא ידוע מספר העובדים בכל דרגת שכר.

(10) שאלה **(15)** סעיף (ד) –

המחיר **הממוצע** הוא 2.215 מיליון ש״ח.

המחיר **החציוני** הוא 2.2 מיליון ש״ח.

שניהם בערך אותו דבר ולכן אין הבדל ביניהם ושני המדדים מאפיינים במידה שווה מחיר דירה בפרויקט.

(11) שאלה **(16)** סעיף (ב) –

יש לחזור ולהזכיר בכל פעם את ההבדל בין משתנה כמותי למשתנה איכותי.

במקרה זה המשתנה הוא **משתנה איכותי** ולכן אין משמעות לחישוב הממוצע של המוצר שנבחר.

(12) שאלה **(17)** –

גם כאן המשתנה (סוג הדבש) הוא **משתנה איכותי** ולכן אין משמעות לחישוב סוג הדבש הממוצע או החציוני, אלא אם היה ידוע המחיר של כל סוג.

שים לב: לפי נתוני השאלה **אין** אפשרות לחישוב.

לפיכך התשובות בסעיף (ד) 1. ו- (ד) 2. צריכות להיות **לא**.

התשובות הכתובות בעמוד 166 מתייחסות להערה: אם היה ידוע מחירו של כל אחד מסוגי הדבש.

(13) שאלה **(19)** –

חשוב לשים לב ל*הערה*: לכל יעד נמכרו מספר **שווה** של כרטיסים. ללא הערה זו, **לא ניתן** לבצע חישוב ממוצע.

(14) שאלה **(22)** סעיף (ד) –

שניים מתוך שלושה מדדי מרכז שעליהם למדו התלמידים הם **זהים**: השכיח והחציון.

לכן הם מייצגים בצורה הטובה ביותר את השכר היומי של מדריך בחברת התיירות ״**גלגלים**״.

(15) שאלה **(23)** –

דניאל מועסק בחלקיות משרה בכל אחד מהמקומות, אבל בסך הכול מועסק ב- 100% משרה.

(16) שאלות **(24)** – **(25)** –

יש להבחין בעובדה שבשאלה **(24)** **רק** רכיב אחד מהמשכורת עלה,

ובשאלה **(25)** **כל** רכיבי המשכורת עלו. עובדה זו גורמת למשכורת המשוקללת **להשתנות** באופן שונה.

דגשים פדגוגיים לסעיף ב

ב״אשכול חברה ומדע״ מופיע סעיף דומה, ובתחילת סעיף זה אנו מזכירים למי ששכח מה קורה לכל אחד ממדי המרכז אם מוסיפים נתון לרשימת הנתונים.

תזכורת:
- השכיח והחציון **לא** תמיד משתנים.
- הממוצע – גדל / קטן / לא משתנה, בהתאם לנתון שנוסף.

כל השאלות בסעיף זה הן שאלות אורייניות. בחלקן הן שאלות מתפתחות.

(1) שאלה **(1)** סעיף (ב), שאלה **(2)** סעיף (ב) ושאלה **(3)** –
כבר בשאלות הראשונות מבקשים להשתמש במסקנות על הממוצע שנלמדו ב״אשכול חברה ומדע״.
כאשר מוסיפים נתון **גבוה** מהממוצע, הממוצע **גדל**.
כאשר מוסיפים נתון **נמוך** מהממוצע, הממוצע **קטן**.

(2) שאלה **(3)** –
תמר צודקת. נוסף נתון **נמוך** מהממוצע לכן הממוצע קטן.

(3) שאלה **(4)** –
שאלה פתוחה. כדאי לאסוף תשובות שונות מהתלמידים ולדון בהן.

(4) שאלות **(1)** – **(4)** –
המידע מיוצג באופן מילולי.

(5) שאלות **(5)** – **(7)** –
המידע מיוצג בטבלה.

(6) שאלה **(8)** –
המידע מיוצג בדיאגרמת עמודות.

(7) שאלה **(9)** –
המידע מיוצג בדיאגרמת עיגול.

(8) שאלה **(10)** –
המידע מיוצג בפיקטוגרמה.

(9) שאלות **(11)** – **(12)** –
השוואה בדיאגרמת עמודות.

(10) שאלות **(13)** – **(17)** –
שאלות הדורשות הבנה. מוצגות באופן מילולי.

(11) שאלה **(10)** סעיף (ו) –

זהו סעיף העוסק בהסתברות. נושא שנלמד ב"אשכול חברה ומדע".

כדאי להזכיר מה הם מאורעות משלימים.

שימו לב: התשובות נכתבו בשברים פשוטים ולא בשברים עשרוניים כדי שיסתכמו ל - 1

($\frac{92}{267}+\frac{175}{267}=\frac{267}{267}=1$)

(12) שאלה **(13)** –

שאלה פתוחה. לכן בפתרונות כתוב "למשל".

דוגמאות נוספות:

(א) סכום המחירים של שני הספרים הנוספים צריך להיות **108 ש"ח**.

$$\left(\begin{array}{l}\frac{62\cdot 6+x+y}{8}=60\\ 372+x+y=480\\ x+y=108\end{array}\right)$$

יש כמובן אינסוף אפשרויות. למשל:

40 ש"ח ו- 68 ש"ח.

45 ש"ח ו- 63 ש"ח.

(ב) סכום המחירים של שני הספרים הנוספים צריך להיות **188 ש"ח**.

$$\left(\begin{array}{l}\frac{62\cdot 6+x+y}{8}=70\\ 372+x+y=560\\ x+y=188\end{array}\right)$$

יש כמובן אינסוף אפשרויות. למשל:

90 ש"ח ו- 98 ש"ח.

84 ש"ח ו- 104 ש"ח.

(ג) באותו אופן, סכום המחירים של שלושת הספרים הנוספים צריך להיות **186 ש"ח**.

הדוגמה הכי פשוטה היא, שמחיר כל אחד משלושת הספרים יהיה 62 ש"ח.

אפשר למצוא אינסוף אפשרויות ל- 3 איברים שסכומם יהיה 186 ש"ח.

לדוגמה: 100 ש"ח, 40 ש"ח ו- 46 ש"ח.

99.50 ש"ח, 40.50 ש"ח ו- 46 ש"ח.

הערה: כדאי לציין שמדובר כאן בספרים ולכן נמחירים צריכים להיות בהתאם

(לא הגיוני שמחיר הספר יהיה למשל 1 ש"ח).

(13) שאלות (15) – (17) –

שאלות הדורשות הבנה ושליטה בנושא. לכן מסומנות ב- ★ .

(14) שאלה **(16)** –

שאלה שמסומנת ב- ★ .

זוהי שאלה לפני האחרונה בסעיף זה.

השאלה דורשת הבנה ושליטה בחומר. המורים יחליטו על פי שיקול דעתם אם לפתור אותה בכיתה.

__לאורה__: הצעה כיצד לגשת לפתרון השאלה.

אם החציון הוא 300 ש״ח ויש 11 מוצרים ברשימה, מקום החציון הוא המקום **השישי**

(כשהרשימה מסודרת בסדר עולה / יורד).

_____ _____ _____ _____ _____ 300 _____ _____ _____ _____ _____

החסירו 2 מוצרים, כלומר כעת יש **רק** 9 מוצרים ברשימה,

מקום החציון הוא המקום **החמישי**, והחציון כעת הוא 280 .

_____ _____ _____ _____ 280 _____ _____ _____ _____

אם החציון **קטן**, משמע, החסירו 2 מספרים שהיו במקום **השישי** ואילך.

יש כמובן אינסוף אפשרויות למחירי 2 המוצרים שהחסירו.

צריך לדאוג שהם יהיו **גדולים מ-** 300 ש״ח (**כולל** 300).

(ב) גלעד כמובן **צודק**, לפי ההסבר בסעיף (א) .

דגשים פדגוגיים לסעיף ג

החומר המתמטי הנדרש בסעיף זה הוא – פתרון משוואות ממעלה ראשונה עם נעלם אחד.

(1) שאלות **(1)** – **(7)** –

המידע מיוצג בטבלה.

(2) שאלות **(8)** – **(9)** –

המידע מיוצג בדיאגרמת עמודות.

(3) שאלה **(9)** –

__הערה__: סביר להניח שהתלמידים מכירים את המילה ״טיפ״ ולא את המושג ״דמי שירות״.

__לאורה__: שים לב **שלא** ידוע מהו מספר השולחנות שמהם קיבל יוסי ״טיפ״ בגובה של 100 ש״ח.

(א) ניתן למצוא את מספר השולחנות הזה (שנסמנו ב- x) בזכות העובדה שידוע לנו **ממוצע** דמי השירות.

נחשב את הממוצע:

$$\frac{1\cdot 25+6\cdot 50+3\cdot 75+x\cdot 100}{1+6+3+x}=62.5$$

$$\frac{550+100x}{10+x}=62.5 \quad /\cdot(10+x)$$

$$550+100x=625+62.5x \quad /-62.5x-550$$

$$37.5x=75$$

$$x=2$$

יוסי קיבל טיפ של 100 ש״ח מ- 2 שולחנות.

__הערה__: כדאי לדון בכיתה מדוע x חייב להיות **מספר חיובי שלם**.

התשובה היא: x מייצג מספר שולחנות ולכן הוא צריך להיות **מספר חיובי שלם**.

__שימו לב__: כדאי להדגיש כי הכינוי המדויק יותר של ציר ה- y הוא דמי שירות **משולחן** (בש״ח).

(ב) זהו סעיף פשוט. לא צפוי בו קושי.
ברור שאי אפשר לפתור אותו ללא ידיעת התשובה של סעיף (א).
מספר השולחנות שאותם שירת יוסי באותו יום יחושב כך: $1+6+3+2=12$
את המידע על מספר השולחנות יש לקרוא מתוך דיאגרמת העמודות.

(ג) אם מספר השולחנות הוא 12, החציון הוא הממוצע בין האיברים **השישי והשביעי**.
בכיתות שדרוש להן הסבר מפורט, כדאי לרשום את דמי השירות בסדר עולה / יורד כך:

$$\underbrace{25,\ 50,\ 50,\ 50,\ 50}_{\text{5 נתונים}},\ \underbrace{\mathbf{50},\ \mathbf{50}}_{\text{כאן מקום החציון}},\ \underbrace{75,\ 75,\ 75,\ 100,\ 100}_{\text{5 נתונים}}$$

$$\frac{50+50}{2}=50$$

הממוצע הוא 62.5 ש״ח.
החציון הוא 50 ש״ח.
$62.5>50$
לכן התשובה היא: הממוצע **גדול** מהחציון.

(4) שאלות **(10)** – **(11)** –

המידע מיוצג בדיאגרמת עיגול.

(5) ברוב השאלות נתון הממוצע ויש למצוא את אחד הנתונים החסרים.

התרגילים המומלצים לפתרון בכיתה:

יחידה 4	תרגיל	עמוד
סעיף א	(3)	154
	(8), (9)	156
	(11)	157
	(13)	158
	(15)	159
	(16)	160
	(24), (25)	164
סעיף ב	(4)	172
	(7)	173
	(10)	175
	(12)	177
	(13), (16)	178
סעיף ג	(3)	181
	(4)	182
	(6)	183
	(9)	184
	(11)	185