סדרת אולימפוס
מתמטיקה לכיתה י

משבצת

מתמטיקה

3 יחידות לימוד

כיתה י ♦ חלק ב

מדריך למורה

אשכול התמצאות במישור ובמרחב

צוות משבצת: רחל בלומנקרנץ, עדה לוי, בת-שבע אילני, ברכה מוזיקנט, שחר זק, דוד רץ, רנה זלוטניק, גבי יקואל

משבצת
ספרי מתמטיקה

תא דואר: 1441 , קרית טבעון 3601702
טלפון: 04-8200929 , פקס: 04-8200106
כתובתנו באינטרנט:www.mishbetzet.co.il

מדריך למורה – כיתה יוד 3 יחידות לימוד התמצאות במישור ובמרחב

מבוא

מתמטיקה לתלמידי כיתה יוד - 3 יחידות לימוד – אשכול התמצאות במרחב

"אשכול התמצאות במישור ובמרחב" (אשכול גאומטרי) הוא האשכול השני מתוך שלושה אשכולות המיועדים ללימוד מתמטיקה בכיתה יוד ברמה של 3 יחידות לימוד.

אחת המטרות של תוכנית הלימודים החדשה במתמטיקה לכיתה יוד היא ללמד נושאים מתמטיים באמצעות שאלות מציאותיות מחיי היומיום.

השאלות ב"אשכול התמצאות במישור ובמרחב" הן ברובן שאלות אוריייניות, לפי רוח התוכנית,

העוסקות בתחומי תוכן הקרובים לעולמו של התלמיד כמו : טרמפולינה, אומגה, גלגל ענק, מעקות, ריצופים, גדרות.

רוב השאלות הן שאלות מתפתחות, שאלות שבהן מוסיפים מידע לנתון ובהתאם למידע שנוסף נשאלות שאלות נוספות.

התכנים המתמטיים בסעיף זה הם :

- היקפים ושטחים של צורות גאומטריות
- מסלולים כולל חישוב מהירויות
- ריצופים במישור

מה אפשר למצוא <u>בספר</u> ?

(1) **קטע אקטואליה** העוסק למשל ב–
- תוכנת Waze לתכנון מסלול
- ריצוף בהשראת האומן אשר (Escher)

(2) **משימת פתיחה** שהנושא שלה עוסק בתוכן שכתוב בקטע האקטואליה וכשמה כן היא.
זוהי לרוב משימה שהשאלות בה הן איכותיות.
השאלות מעוררות **שיח בכיתה** ומדגישות את הנחיצות בלימוד הנושא המתמטי שבפרק.
אנו ממליצים לעשות אותה בכיתה **ולדון עליה**.
משימות הפתיחה וקטעי האקטואליה מהווים כניסה רכה של התלמידים ללימוד הנושא המתמטי.
לעיתים מופיעה גם משימה חישובית אחרי משימת הפתיחה.

(3) **תאוריה** מלווה בהסברים, בהגדרות ובדוגמאות פתורות.
המסקנות, ההגדרות והסיכומים מוקפים במסגרת וכתובים על רקע תכלת.

(4) במידת הצורך כתוב **סיכום** של כל מה שנלמד בפרק. הסיכום כתוב במסגרת על רקע תכלת.
כאשר מופיעה מסקנה בסיכום שיש לה גיבוי בדוגמה פתורה, יש גם הפנייה לדוגמה המתאימה.

(5) בסוף כל סעיף יש **תרגילים לעבודה עצמית**.

התרגילים מסודרים לפי רמת קושי עולה.

לעיתים התרגילים הראשונים הם תרגילים בסיסיים המתרגלים את נושא הפרק.

בהמשך יש שאלות אוריינות עם "סיפור", ובתוכן שזורים חישובים מתמטיים בנושא הפרק.

בסוף כל פרק יש פתרונות סופיים.

(6) בסוף הספר יש **נספח** ובו שאלות חזרה ברמות שונות לכל יחידת לימוד.

אנו ממליצים לפתור שאלות אלו כהכנה למבחן או כתרגול נוסף לתלמיד שמעוניין.

מה אפשר למצוא <u>במדריך למורה</u> ?

(1) **מבוא** לכל היחידה כולל הדגשים הקשורים לחומר הלימוד.

(2) **פריסת הוראה מומלצת.** הפריסה כוללת: נושא לימוד והעמודים הרלוונטיים בספר הלימוד, מספר שעות ההוראה המומלץ והעמודים הרלוונטיים בספר הלימוד שבהם נמצאים התרגילים לעבודה עצמית.

<u>*שימו לב*</u>: מספר שעות ההוראה **גמיש**. יש להתאים את מספר שעות **ההוראה** בכל נושא לרמת התלמידים בכיתה ולמספר שעות ההוראה השבועיות בכל בית ספר.

הדבר כמובן נתון לשיקול דעתו של המורה והוא יחליט באיזה נושא להעמיק ובאיזה נושא לא להעמיק.

(3) **דגשים פדגוגיים** ללימוד נושאים מסוימים.

בעיקר סעיפים שכדאי להדגיש או לדון בהם בכיתה ולהסב את תשומת לבם של התלמידים.

פריסת שעות הוראה

על פי הפריסה של משרד החינוך לתכה"ל החדשה,
מוקדשות 16 שעות הוראה ליחידות 1 ו- 2 באשכול "התמצאות במישור ובמרחב".
(יחידה 1 – 8 שעות הוראה, יחידה 2 – 8 שעות הוראה).
חשוב שכל מורה יתאים את הפריסה לכיתתו, בהתאם לקצב הלמידה של תלמידיו.
להלן **המלצת "משבצת"** לפריסת שעות ההוראה:

יחידה 1 **היקפים של צורות גיאומטריות**	**מספר שעות**	**עמודים**	**תרגילים**
סעיף א – היקפים של צורות גאומטריות בסיסיות	1	עמודי תאוריה: 6 – 9 עמודי תרגילים: 10 – 18	**(1) – (22)**
סעיף ב – חישוב היקף צורות המורכבות ממספר צורות גאומטריות בסיסיות	2	עמודי תאוריה: 20 עמודי תרגילים: 21 – 25	**(1) – (9)**
סעיף ג1 – ריענון: משפט פיתגורס	1	עמודי תאוריה: 27 עמודי תרגילים: 28 – 33	**(1) –(13)**
סעיף ג2 – השפעת שינוי הממדים של צורה על היקפה	2	עמודי תאוריה: 35 עמודי תרגילים: 36 – 42	**(1) – (12)**
סעיף ד – חישוב היקפים של צורות לצורך השוואה וקבלת החלטות	2	עמודי תאוריה: 44 – 45 עמודי תרגילים: 45 – 51	**(1) – (12)**

יחידה 2 **מסלולים**	**מספר שעות**	**עמודים**	**תרגילים**
סעיף א – חישוב אורך מסלול והקשר בין מהירות, זמן ודרך	3	עמודי תאוריה: 53 – 56 עמודי תרגילים: 57 – 63	**(1) – (16)**
סעיף ב – תכנון מסלול	2	עמודי תאוריה: 65 – 66 עמודי תרגילים: 67 – 72	**(1) – (12)**
סעיף ג – הכדאיות בבחירת מסלול	3	עמודי תאוריה: 74 – 75 עמודי תרגילים: 76 – 82	**(1) – (11)**

יחידה 1: היקפים של צורות גאומטריות

מבוא

יחידה זו מחולקת ל- 4 סעיפים.

סעיף א – עוסק בחישוב היקפים של צורות גאומטריות בסיסיות.
סעיף זה לא אמור להוות קושי לתלמידים כי הם מכירים את הנושא משנים קודמות.

סעיף ב – עוסק בחישוב היקפים של צורות המורכבות מצורות גאומטריות בסיסיות.
זהו סעיף מורכב יותר מסעיף א .

סעיף ג – בסעיף ג1 יש ריענון על משפט פיתגורס. המשפט נלמד כבר בחטיבת הביניים.
סעיף ג2 הוא סעיף משמעותי יותר כי בו מראים כיצד שינוי ממדים של צורה משפיע על היקפה.

סעיף ד – הוא סעיף מסכם שבו מחשבים היקפים כדי לעשות השוואות ולקבל החלטות.

הערה חשובה: יחידה 1 עוסקת בחישוב היקפים **בלבד**.
יחידה 2 עוסקת בחישוב שטחים **בלבד**.
ההפרדה בין חישוב היקפים לבין חישוב שטחים נעשתה לפי דרישת תוכנית הלימודים ונועדה להקל על תלמידי 3 יח״ל.

פריסת שעות הוראה

אנו ממליצים על 8 שעות הוראה ליחידה 1 (ראו פירוט בפריסת השעות הכללית).
חלוקת השעות לסעיפים השונים נתונה לשיקול דעתו של המורה.

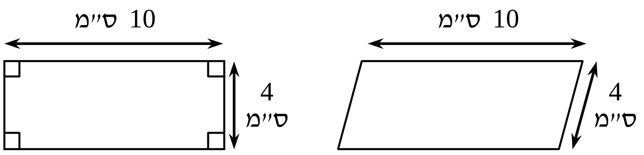
דגשים פדגוגיים לסעיף א

בשנים קודמות נלמד הנושא של היקפי מצולעים.
עבור בתי ספר שלא לימדו את נושא המעגל, יש תזכורת על המושגים הבסיסיים (בעמוד 7).
במשימת הפתיחה יש איורי דגלים שיש עליהם צורות גאומטריות בסיסיות שצריך לחשב את היקפיהן.
משימה זו מעניינת יותר מחישוב סתמי של היקפי צורות.
בהזדמנות זו אפשר בהחלט ללמוד איך נראים הדגלים של שלוש המדינות המופיעות במשימה.
השאלות כוללות מציאת היקפים של: משולש, מקבילית, מלבן, מעוין, ריבוע, טרפז ועיגול.
נדגיש כי הדלתון **איננו** נכלל בתוכנית הלימודים, אבל ניתן לשאול על שני משולשים שווי-שוקיים שיש להם בסיס משותף (והם כמובן יוצרים דלתון).

(1) שאלות **(1)** – **(5)** הן אלות בסיסיות המתרגלות חישוב היקפים.

(2) שאלות **(6)** – **(21)** הן שאלות אורייניות. חלקן שאלות מתפתחות וחלקן שאלות למחשבה.

(3) שאלה **(7)** דורשת הבנה ושליטה בנושא.
אכן שתי התלמידות **צודקות** !
המלבן הוא מקבילית שאחת מזוויותיה היא זווית ישרה (וממילא גם כל שלוש הזוויות האחרות הן זוויות ישרות).
אם אורכי צלעות המלבן שווים לאורכי צלעות המקבילית אז בוודאי שהיקף המלבן יהיה שווה להיקף המקבילית. שהרי היקף הוא סכום אורכי הצלעות.
אפשר בהחלט לציין שההיקפים יהיו **שווים** אבל השטחים **לא** .
הטרמה ליחידה 3 .
נוכל לסרטט למשל,

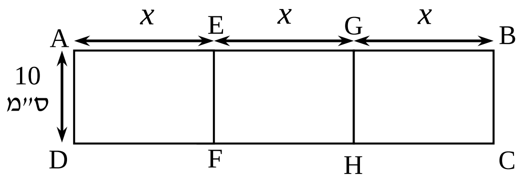


אמצעי המחשה אפשרי :
4 פסי נייר/ עץ מחוברים בסיכות מתפצלות, כל 2 פסים נגדיים שווים באורכם.
4 הפסים יוצרים מרובע שניתן להזיז ולשנות בכל פעם את הזווית בין 2 פסים וכך להראות מלבן ומקביליות רבות ושונות.

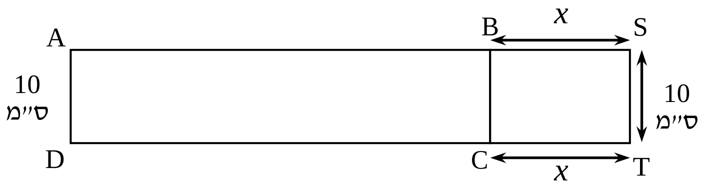
(4) בשאלה **(13)** יש לשים לב שנתון מחיר ל- **10 ס״מ**.

(5) שאלה **(17)** היא שאלת הבנה.
(א) יש לשים לב **ולהדגיש** שהביטוי להיקף מלבן ABCD שנוצר **איננו** כולל את האורך של EF ואת האורך של GH .
ולכן הביטוי להיקף הוא :

$$AB+BC+CD+DA=$$
$$=3x+10+3x+10=6x+20$$



(ב)



שימו לב:
1. בהצמדת מרצפת רביעית יש להוסיף $2x$ להיקף.
2. כעת אורך BC לא נכלל בביטוי של ההיקף אבל, ST (שאורכו שווה ל- 10 ס״מ) כן נכלל.

(ג) מסתמך על סעיפים (א) ו- (ב) והוא הסעיף הקל בשאלה זו.
(ד) אין הכוונה לסרטט 10 מרצפות בשורה.
הסעיפים הקודמים מרמזים על האורך שנוסף עבור הצמדה של כל מרצפת.
כל מרצפת מוסיפה להיקף המלבן $2x$ ס״מ (לפי (ב)).
לכן, 10 מרצפות יתרמו להיקף הכולל $10\cdot 2x$ ס״מ (שהם $20x$ ס״מ) עבור אורכי זוג אחד של צלעות נגדיות, ולהם יש להוסיף $2\cdot 10$ ס״מ, שהוא סכום אורכי זוג הצלעות הנגדיות האחרות (הצלע AD והצלע הנגדית לה הנמצאת במרצפת העשירית).
לפיכך פתרון (ד) הוא $2\cdot 10+10\cdot 2x=20+20x$

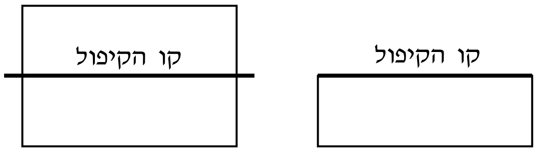
(6) שאלה **(21)** היא שאלה מורכבת, המתפתחת פעמיים.
משולב בה גם נושא העלות הכספית.

(7) שאלה **(22)** היא סוג של קסם / שעשוע הדורש מחשבה.
מטרת השאלה היא להראות איך אפשר **להגדיל** את ההיקף כאשר השטח **איננו** משתנה.

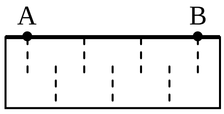
פתרון:

הגדלת ההיקף נעשית לפי השלבים הבאים :

(א) יש לקפל את הדף המלבני כך :



(ב) יש לגזור לאורך הקווים המקווקווים :



(ג) יש לגזור לאורך הקיפול בין הנקודות A ו- B **בלבד**.

(ד) כאשר נפתח את הקיפול, תתקבל הלולאה הסגורה.

הערה: ככל שנגזור ברווחים קטנים יותר, תתקבל לולאה גדולה יותר.

דגשים פדגוגיים לסעיף ב

אחרי שהתלמידים תרגלו חישוב היקפים של צורות בסיסיות, הם לומדים בסעיף זה לחשב היקפים של צורות מורכבות.

יש לשים דגש מהו ההיקף **הנדרש**.

למשל, בחישוב היקף מגרש המורכב ממלבן ושני חצאי מעגלים הבנויים על צלעותיו הקצרות, **אין צורך** לקחת בחשבון את אורכי צלעותיו הקצרות, אבל **כן** יש לחשב את היקף שני חצאי העיגולים (היקף הקשת **בלבד** של כל חצי מעגל ללא הקוטר).

למען הנוחות השתדלנו לצבוע בצבע את ההיקף **הנדרש**.

הצורות המורכבות בסעיף זה הן :

- ריבוע וחצי מעגל (שאלה **(3)**)
- מעוינים (שאלה **(4)**)
- מלבן וחצי מעגל (שאלה **(7)**)
- מלבן ומשולש שווה-שוקיים (שאלה **(7)**)
- טנגרם – 7 צורות (שאלה **(9)**)

כל השאלות מלבד שאלות **(1)** ו- **(6)** הן שאלות מתפתחות.

דגשים פדגוגיים לסעיף ג

<u>סעיף ג.1</u>

זהו סעיף ריענון על משפט פיתגורס שנלמד בשנים קודמות.

(1) שאלות **(1)** – **(3)** הן שאלות בסיסיות המתרגלות את המשפט.

(2) שאלות **(4)** – **(12)** הן שאלות אורייניות בנושאים שונים, כמו :
דגל, סולם, אומגה, מסך טלוויזיה.

(3) *<u>שימו לב:</u>*
בשאלות **(9)**, **(11)**, **(12)** מופיעה יחידת האורך : **אינץ'**.
בישראל נהוגה השיטה המטרית. מאפייני מסכי הטלוויזיה ומסכי המחשב
נקבעים לפי מידת אורך האלכסון שלהם ביחידות של אינץ'.
$\boxed{\text{1 אינץ' = 2.54 ס"מ}}$
בשאלה **(9)** החישוב הוא ביחידות של אינץ' בלבד.
בשאלות **(11)**, **(12)** צריך גם לעשות המרת יחידות מאינץ' לס"מ.

(4) שאלה **(13)** מסומנת ב- ★ .
זוהי שאלת מחשבה על שלשות פיתגוריות.

<u>סעיף ג.2</u>

בסעיף זה בודקים כיצד שינוי בממד של צורה משפיע על היקפה.
סעיף זה משלב את נושא האחוזים.

(1) הצורות שאחד או יותר מממדיהן משתנה הן :
ריבוע, מלבן, מעגל.

(2) שאלות **(5)**, **(6)**, **(9)** הן שאלות למחשבה.

(3) שאלות **(2)**, **(3)**, **(4)**, **(7)**, **(8)**, **(12)** הן שאלות מתפתחות.

(4) רצוי להדגיש את ההבדל בין :
גדל / קטן **ב-**, לבין גדל / קטן **פי**,
גדל ב- $x\,\%$ – **יותר** מ- 100% .
קטן ב- $x\,\%$ – **פחות** מ- 100% .

דגשים פדגוגיים לסעיף ד

כדי שאפשר יהיה להשוות היקפים ולקבל החלטות נוסף בסעיף זה עניין העלות הכספית.

(1) תרגילים **(1)**, **(2)** הם תרגילים בסיסיים לא אוריינים.

(2) בתרגילים **(4)**, **(6)** יש צורה מורכבת.

(3) בתרגיל **(5)** יש לשים לב שבחישוב ההיקף יש לכלול **רק** שתי צלעות בכל מעוין !
כדי שיהיה ברור, ההיקף מסומן **בצבע**.

(4) שאלה **(7)** מורכבת ממספר צורות גאומטריות.
מומלץ לפתור אותה בכיתה.

(5) בשאלה **(9)** סעיף (ג) דורש הבנה ומחשבה.
יש לחשב היקף של רבע מעגל וזה **לא תלוי** בגודל הריבוע המרוצף.
שימו לב: לא לשכוח בחישוב ההיקף את אורכי שני הרדיוסים. ההדגשה והצבעים תורמים להבנה.
הערה: בשאלה זו **נפלה טעות הקלדה** ! שם הריבוע המרוצף הוא GC**H**F (**ולא** GCEF ככתוב).

(6) שאלה **(10)** משלבת אחוזים והבנה על אילו גדרות מדובר בכל סעיף.
גם כאן הצבעים נועדו להקל על התלמיד.

(7) שאלה **(11)** היא שאלה מורכבת, ולכן מומלץ לעשות אותה בכיתה.
מופיעות בה הצורות הגאומטריות הבסיסיות : ריבוע, מלבן, משולש, מעגל, מקבילית.
"***שימו לב:***" הכתוב בשורה החמישית הוא **חשוב מאוד** !

התרגילים המומלצים לפתרון בכיתה:

יחידה 1	תרגיל	עמוד
סעיף א	(3)	10
	(10)	12
	(13)	13
	(16), (17)	15
	(21)	17
	(22)	18
סעיף ב	(3)	21
	(4)	22
	(7)	24
	(8)	25
סעיף ג1	(3) (ה), (ו)	29
	(6)	30
	(11)	33
סעיף ג2	(5)	38
	(7)	39
	(8), (9)	40
	(12)	42
סעיף ד	(4)	46
	(7)	48
	(9)	49
	(11)	50

יחידה 2: מסלולים

מבוא

יחידה זו מתבססת על הידע שצברו התלמידים בחישוב היקפים.

החומר הנוסף ביחידה זו הוא הנוסחה המקשרת בין מהירות זמן ודרך.

יחידה זו כוללת 3 סעיפים:

סעיף א – משלב בין נושא ההיקפים וחישוב מהירויות.

סעיף ב – עוסק בתכנון מסלולים.

סעיף ג – עוסק בכדאיות בבחירת מסלול.

פריסת שעות הוראה

אנו ממליצים על 8 שעות הוראה ליחידה 2 (ראו פירוט בפריסת השעות הכללית).

חלוקת השעות לסעיפים השונים נתונה לשיקול דעתו של המורה.

דגשים פדגוגיים לסעיף א

- הנוסחה המקשרת בין מהירות זמן ודרך ידועה לתלמידים משנים קודמות.
- **מומלץ** להזכיר את יחידות המידה המתאימות.
- משימת הפתיחה (בעמוד 54) חשובה מאוד כי היא מזכירה לתלמידים משמעויות שונות בנושא: מהירות, זמן ודרך.
- יש להתעכב על המשמעות של:
  - **אותה** השעה
  - אמצע הדרך
  - זה לקראת זה

  ולהדגיש: ככל שהמהירות גדולה יותר, הזמן עבור אותה הדרך קצר יותר.
- חשוב להבין כיצד לחשב מהירות קבועה מתוך גרף ישר של **דרך** לעומת **זמן** (שיפוע הגרף).

(1) בשאלה **(1)** סעיף (ג) צריך לדאוג להמרת יחידות מתאימה.

(2) בשאלה **(2)** צריכים התלמידים להבין את משמעות המושגים:
"**זמן ארוך יותר**", "**באותה השעה**", "**מהירות שווה**".

(3) שאלות **(4)** – **(10)** הן שאלות מתפתחות.

(4) שאלה **(11)** סעיף (ד) – מחייב לקחת בחשבון את הזמן שאוריאל היה בספרייה ואת הזמן שבו ערך קניות בסופרמרקט.

(5) שאלות **(12)** – **(16)** עוסקות בייצוג ויזואלי – גרף.
אלו שאלות הבנה שבהן התלמיד צריך לקשר בין צורת הגרף לבין מלל מסוים.

(6) שאלה **(16)** מסומנת ב- ★ כי נדרשת בה הבנה של המושגים:
"**מהירות קבועה**", "**מהירות אפס**", "**מהירות משתנה**".

דגשים פדגוגיים לסעיף ב

במשימת הפתיחה נוכחים התלמידים כי **אין** אפשרות לסרטט מסלול מ- A ל- B
עם מספר **זוגי** של יחידות.

לא נדרשת הוכחה !

תכנון מסלול נעשה בהתאם לדרישת אורכו.

(1) בשאלה **(3)** תכנון המסלול משולב עם מציאת אורכי קטעים לפי משפט פיתגורס (ספיראליות).

(2) שאלות **(3)**, **(7)**, **(8)**, **(10)**, **(11)** הן שאלות מתפתחות.

(3) שאלות **(6)**, **(7)** עוסקות במסלולים מעגליים.

(4) בשאלה **(8)** יש לשים לב למסלול שבו רץ עומרי ולמסלול שבו רץ גיא.

גיא **<u>לא</u>** הקיף את מגרש הכדורסל !

יש **להבדיל** בין מסלול $A \to B \to C \to D$

לבין המסלול $A \to B \to C \to D \to A$.

(5) בשאלה **(9)** יש גרפים המתארים את המרחק מנקודת היציאה כתלות בזמן.

(א) נתון שיוסי יוצא מנקודה מסוימת ומסיים את מסלולו **באותה** הנקודה.

לפיכך המרחק שלו מנקודת היציאה הוא **אפס**.

הגרפים המתאימים לתיאור המילולי הנ"ל הם גרפים (א) ו- (ג).

(ב) כאן כדאי לחזור ולהסביר שעצירה פירושה מהירות אפס. אם המהירות היא אפס,

יוסי **לא** מתקדם.

התיאור הגרפי של מהירות אפס הוא ישר המקביל לציר ה- x (ישר ששיפועו הוא אפס).

(ראו מסגרת על רקע תכלת בעמוד 55).

בגרף (ג) יוסי עצר לנוח כשהיה במרחק 10 ק"מ מנקודת היציאה.

(ג) בסעיף זה שואלים על **אורך** המסלול.

<u>שימו לב:</u> אורך המסלול הוא **הדרך** / **המרחק** שעבר יוסי, **להבדיל** מהמרחק מנקודת היציאה.

אורך המסלול הוא 20 ק"מ : 10 ק"מ הלוך ו- 10 ק"מ חזור לנקודת ההתחלה.

הגרפים המתארים זאת הם (א) ו- (ג).

בגרף (ג) הוא עצר, ובגרף (א) הוא **לא** עצר.

(6) בשאלה **(10)** סעיפים (ב), (ג), (ד) הם סעיפים **פתוחים**.

גם שאלה **(4)** היא שאלה פתוחה.

בשאלות פתוחות כדאי לאסוף תשובות שונות מהתלמידים ולדון בכיתה על כל אחת.

(7) שאלה **(11)** משלבת אחוזים.

(8) בשאלה **(12)** יש להיזכר בתכונות מקבילית.

דגשים פדגוגיים לסעיף ג

- הכדאיות בבחירת מסלול יכולה להיות מההיבט של:
  – תוואי המסלול
  – מהירות מותרת
  – זמן מבוקש
  – עלויות
- במשימת הפתיחה אפשר לראות שהכדאיות בבחירת המסלול משתנה בהתאם להיבט הנדרש.
- *שימו לב:* **בכל** החישובים יש להציב $\pi = 3.14$.
- חשוב לציין שהמסלול הקצר **באורכו** **לא** בהכרח קצר בזמן !

(1) בשאלות **(3)**, **(8)**, **(10)** משולב **משפט פיתגורס**.

(2) בשאלות **(4)** – **(6)** באה לידי ביטוי הכדאיות מבחינת **עלויות**.

(3) בשאלה **(7)** מדובר על אפליקציית Waze , שכנראה רוב התלמידים מכירים.
סעיף (ד) מדגיש את העובדה שהמסלול הקצר בזמן לאו דווקא קצר באורכו.

(4) בשאלה **(11)** משולב נושא **האחוזים**.

התרגילים המומלצים לפתרון בכיתה:

	תרגילים	עמוד
סעיף א	(5)	58
	(8)	60
	(12)	62
	(16)	63
סעיף ב	(4)	68
	(6)	69
	(9)	71
	(11)	72
סעיף ג	(6)	78
	(7)	79
	(9)	81
	(11)	82

יחידה 3 :
חישוב שטחים של צורות גאומטריות בהקשר אורייני

מבוא

יחידה זו מחולקת ל- 4 סעיפים.

סעיף א : חישוב שטחים של צורות גאומטריות בסיסיות.

א1. אומדן ופתרון משוואה ריבועית.

א2. חישוב שטחים של צורות גאומטריות בסיסיות.

בסעיף **א1** יש חומר מתמטי נלווה הנדרש עבור סעיף **א2** .

החומר הנלווה הוא אומדן ופתרון משוואה ריבועית.

שני נושאים אלו נלמדו בהרחבה בכיתות קודמות.

סעיף **א2** לא אמור להוות קושי לתלמידים כי גם אותו הם מכירים משנים קודמות.

סעיף ב : חישוב שטחים של צורות המורכבות ממספר צורות גאומטריות בסיסיות.

זהו סעיף מורכב יותר מסעיף א . איננו צופים קושי מיוחד בסעיף זה.

סעיף ג : השפעת שינוי הממדים של צורה על שטחה.

סעיף ד : חישוב שטח צורות לצורך השוואה וקבלת החלטות.

פריסת שעות הוראה

לפי משרד החינוך יש להקדיש 8 שעות הוראה ליחידה 3 .

להלן **המלצת "משבצת"** לפריסת שעות ההוראה :

יחידה 3 – חישוב שטחים של צורות גאומטריות בהקשר אורייני	**מספר שעות**	**עמודים**	**תרגילים**
סעיף א1 – אומדן ופתרון משוואה ריבועית	1	עמודי תאוריה : 84 – 85 עמודי תרגילים : 85 – 87	**(1) – (10)**
סעיף א2 – חישוב שטחים של צורות גאומטריות בסיסיות	1	עמודי תאוריה : 89 – 93 עמודי תרגילים : 94 – 100	**(1) – (16)**
סעיף ב – חישוב שטחים של צורות המורכבות ממספר צורות גאומטריות בסיסיות	2	עמודי תאוריה : 102 – 103 עמודי תרגילים : 103 – 107	**(1) – (10)**
סעיף ג – השפעת שינוי הממדים של צורה על שטחה	2	עמודי תאוריה : 109 עמודי תרגילים : 110 – 115	**(1) – (11)**
סעיף ד – חישוב שטח צורות לצורך השוואה וקבלת החלטות	2	עמודי תאוריה : 117 – 118 עמודי תרגילים : 119 – 126	**(1) – (15)**

חשוב שכל מורה יתאים את פריסת שעות ההוראה לכיתתו בהתאם לרמת הכיתה.

דגשים פדגוגיים לסעיף א

הנושא של חישוב שטחי מצולעים נלמד כבר בשנים קודמות.

גם הנושאים האלגבריים הנלווים ליחידה 3 : אומדן ופתרון משוואה ריבועית, נלמדו בשנים קודמות.

אפשר למצוא תזכורת שלהם בעמודים 84 ו- 89 .

משימה (2) בעמוד 91 מעוררת מחשבה : יש למצוא ממדי צורות **שונות** ששטחן **זהה**.

שימו לב : לפי התוכנית החדשה **לא** נדרש חישוב של שטח דלתון.

סעיף א1

(1) שאלות **(1)** – **(4)** עוסקות באומדן.

(2) שאלות **(5)** – **(10)** מתרגלות פתרון משוואה ריבועית.

(3) שאלה **(5)** סעיף (ג) – חשוב להדגיש מדוע **אין** פתרון **ממשי**.

למורה: כמובן שיש שורש ריבועי למספר שלילי אבל הוא מספר שיש בו חלק דמיוני (מספרים קומפלקסיים).

סעיף א2

(1) במשימות בעמוד 91 מדברים על **יחידת שטח**.

שטח נמדד למשל ביחידות של : סמ״ר, מ״ר, קמ״ר.

(2) שאלות **(1)** – **(3)** הן שאלות בסיסיות.

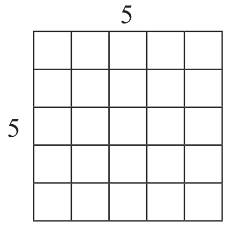
(3) שאלות **(4)** – **(16)** הן שאלות אורייניות שחלקן הן שאלות מתפתחות.

(4) שאלה **(2)** –

שאלה שיש לה אינסוף פתרונות.

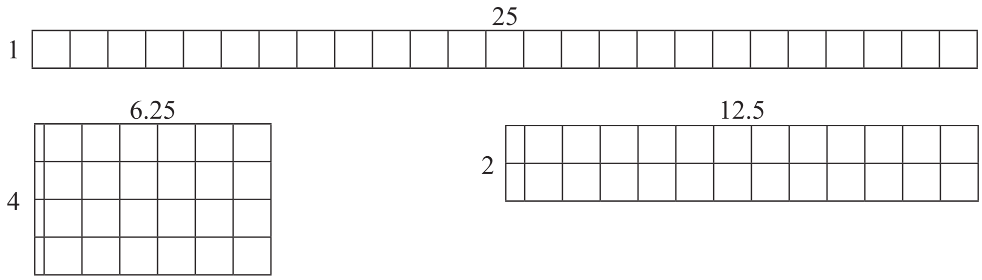
ריבוע ששטחו הוא 25 משבצות הוא **אחד ויחיד**.

אורך צלע הריבוע הוא 5 משבצות.



אבל אפשר לרשום אינסוף מידות של אורכי צלעות מלבן ששטחו הוא 25 משבצות.

דוגמאות :



למורה :

1. השטח נתון ביחידות של משבצת.
   אם השטח היה נתון ביחידות של סמ״ר למשל, היה קל למצוא מידות לאורכי צלעות המלבן, כמו למשל : 6.5×3.846 .
   אבל לא היה פשוט לסרטט...
2. כדאי לאסוף תשובות שונות מהתלמידים ולדון בהן.
3. אפשר לציין בהחלט שגם ריבוע הוא מלבן !

(5) שאלה **(3)** –

כשעושים אומדן של שטח הצורות כדאי קודם לספור את המשבצות השלמות ואחר כך לחבר חלקי משבצות המרכיבים משבצות שלמות ולספור אותן.

אפשרות נוספת: לחלק את הצורה לצורות ידועות, לחשב את שטחן ולסכם.

אומדן השטחים הוא: (א) – 7.5 משבצות

(ב) – 9.25 משבצות

(ג) – 7.5 משבצות

(6) בשאלות שיש צורך לחשב בהן שטחי עיגולים, נוח יותר לתת פתרון בכפולות של π .

(7) שאלה **(9)** סעיף (ג) –

בסעיף (ג) יש להיעזר בתוצאות של סעיפים (א) + (ב) .

כאן נוח לחשב את השטח הצבוע בתכלת בסרטוט באמצעות **חיסור** שטחים.

(8) שאלה **(10)** סעיף (ד) –

בסעיף (ד) יש להיעזר בביטוי שנכתב בסעיף (ג) .

(9) שאלה **(11)** –

בשאלה זו צריכים התלמידים להשתמש **באחוזים**.

בנספח ג יש תזכורת על אחוזים למקרה שיש בכך צורך.

(10) שאלה **(13)** –

גם כאן חישוב שטח **טבעת** נעשה באמצעות חיסור שטחי עיגולים.

(11) שאלות **(15)** – **(16)** עוסקות בשטחי טרפזים: טרפז שווה-שוקיים וטרפז ישר-זווית.

דגשים פדגוגיים לסעיף ב

אחרי שהתלמידים תרגלו חישוב שטחים של צורות בסיסיות, בסעיף זה הם לומדים לחשב שטחים של צורות מורכבות. יש לשים לב מהו השטח **הנדרש** בכל שאלה.

השתדלנו, למען הנוחות, לצבוע את השטח הנדרש.

(1) שאלות **(1)** – **(4)** הן שאלות בסיסיות שבחלקן נדרשים התלמידים להשתמש בטכניקה של "**שינוי נושא הנוסחה**".

(2) שאלות **(5)** – **(10)** הן שאלות אורייניות שרובן שאלות מתפתחות.

(3) שאלה **(5)** –

עוסקת בשטחי ריבועים.

אגב, גם כאן נוח לחשב את שטח הדשא בעזרת חיסור שטחים.

(4) שאלה **(6)** עוסקת בחישוב שטח מלבן ושטח חצי עיגול. בשאלה זו יש המרת יחידות מידה.

(5) שאלה **(7)** –

גם כאן יש להשתמש בחיסור שטחים. **אין** אפשרות לחישוב השטח הצבוע באופן ישיר.

(6) שאלה **(9)** –

יש בה מעט מחשבה.

בסעיף (א) יעל **צודקת** כי לא משנה היכן ממוקמים חצאי העיגול בתוך אותו הריבוע.

תמיד השטח הנותר יהיה **שווה**.

בסעיף (ב) יש להשתמש כמובן בחיסור שטחים.

(7) שאלה **(10)** –

שאלה מורכבת אבל לא קשה במיוחד.

דגשים פדגוגיים לסעיף ג

בסעיף זה אנו בודקים איך שינוי בממדי צורה משפיע על שטחה.

ביחידה 1 בסעיף **ג2** בדקנו איך שינוי בממדי צורה משפיע על היקפה.

הצורות בפרק זה הן: מלבן, ריבוע, עיגול.

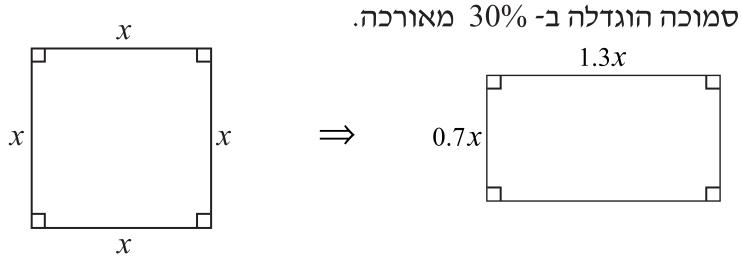
(1) בכל שאלה יש סרטוטים העוזרים לתלמיד להבין באיזה ממד היה שינוי, ומה הצורה שהתקבלה אחרי השינוי.

(2) בחלק מהשאלות יש נתונים **באחוזים** או סעיפים שבהם מבקשים למצוא **אחוז** מסוים.
בדרך כלל זה אחוז השינוי מהמקור.

(3) שאלה **(5)** היא שאלת מחשבה.
התשובה המיידית של התלמידים היא שאם מגדילים צלע אחת של המלבן ב- 30% ומקטינים את הצלע הסמוכה ב- 30%, השטח **לא משתנה**.
כמובן שהתשובה הנכונה היא שאורית **טועה**.
השטח **משתנה** כי אחוזים הם תמיד מתוך גודל **מסוים** ואורכי צלעות המלבן **שונות** באורכן.

לאורה: אפשר לשאול: אם היה נתון **ריבוע** והיו מבצעים את אותו השינוי,
האם שטח המצולע שהתקבל היה **זהה** לשטח הריבוע?

לאורה: נתון ריבוע שאורך צלעו היא x ס"מ.
צלע אחת הוקטנה ב- 30% מאורכה
וצלע סמוכה הוגדלה ב- 30% מאורכה.



שימו לב: $S = 0.7x \cdot 1.3x = 0.91x^2$ $\quad S = x^2$
התקבל מלבן
גם אם היה נתון ריבוע והיו מבצעים את אותו השינוי, השטח היה **משתנה**.

(4) שאלה **(6)** – שאלה דומה על היקפים הייתה **ביחידה 1**.

(5) שאלה **(7)** סעיף (א) –

לאורה: ברור ששטח השולחן בדגם 4 **קטן יותר** בוודאות משטח השולחן בדגם 3, כי בדגם 4 **אורך האלכסון** הוא x מטרים. משמע, אורך צלע השולחן הריבועי **קטן מ-** x מטרים.

זכרו: אורך היתר במשולש ישר-זווית **גדול** מכל אחד מהניצבים.

שטח שולחן דגם 1: $2x \cdot x = 2x^2$ מ"ר

שטח שולחן דגם 2: $\pi x^2 = 3.14x^2$ מ"ר

שטח שולחן דגם 3: $x \cdot x = x^2$ מ"ר

אפשר להזכיר בכיתות מתקדמות שאלכסוני הריבוע מאונכים זה לזה, ושטח מצולע שאלכסוניו מאונכים זה לזה מחושב על ידי מחצית מכפלת אורכי אלכסוניו.

שטח שולחן דגם 4: $\frac{x^2}{2}$ מ"ר.

(6) שאלה **(10)** – חישוב שטח הטרפזים נעשה באופן עקיף על ידי חיסור שטחים.

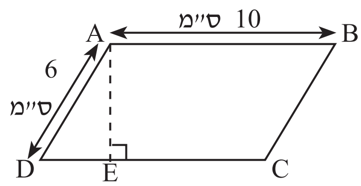
(7) שאלה **(11)** – עוסקת בשינוי בשטח של עיגול כתוצאה משינוי רדיוסו.

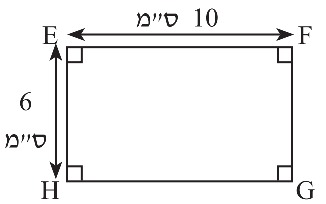
דגשים פדגוגיים לסעיף ד

בסעיף זה מחשבים שטח צורות לצורך החלטה וקבלת החלטות.
כדי שאפשר יהיה לעשות זאת נוסף בסעיף זה נושא העלות הכספית.
ההשוואות הן בין הצורות הבאות:
ריבוע ומלבן (שאלה **(1)**)
ריבוע וחצי עיגול (שאלה **(2)**, שאלה **(13)**)
שני מלבנים שונים בעלי היקף זהה (שאלה **(3)**)
מלבן ומקבילית (שאלה **(4)**, שאלה **(15)**)
מלבן וחצי עיגול (שאלה **(6)**)
ריבוע ועיגול (שאלה **(7)**)
מלבן, טרפז ומשולשים (שאלה **(10)**)
שני משולשים שווי-שוקיים (שאלה **(11)**)
מעוין ומקבילית (שאלה **(12)**)
מלבן ומשולשים (שאלה **(14)**)

(1) שאלות **(1)** – **(4)** הן שאלות בסיסיות.
כל יתר השאלות הן שאלות אורייניות שחלקן הן שאלות מתפתחות.

(2) שאלה **(4)** –
שאלת מחשבה.
<u>*טיפ*</u>: אפשר לגזור דפי נייר **בשני** גדלים שונים.
למשל, 10 ס"מ, 10 ס"מ, 6 ס"מ, 6 ס"מ, ולחברם בעזרת סיכות מתפצלות.
על ידי הזזה אפשר להראות שהיקף של מלבן שווה להיקף של מקבילית, אבל השטח **שונה**.
בחישוב:





$S_{ABCD} = DC \cdot AE =$
$= AB \cdot AE =$
$= 10 \cdot AE <$ 60 סמ"ר

$S_{EFGH} = 10 \cdot 6 =$ 60 סמ"ר

כי: $AE < AD$
$AE < 6$
היתר (AD) ב- ΔADE גדול מכל אחד מהניצבים (AE ו- DE).
לכן, לירון **צודקת** ויעל **טועה**.

(3) שאלה **(5)** סעיף (ג) –

ערכו המקסימלי של x הוא 8 מטרים (כי 6 מטרים $= AD$).

בסעיף (א) נכתב ביטוי לסכום השטחים שבהם שתלו דשא:

$$2x^2+16x$$

בהצבה של $x=8$ נקבל:

$$x=8 \quad \Rightarrow \quad 2\cdot 8^2+16\cdot 8=$$
$$=2\cdot 64+128=$$
$$=128+128=256$$

לפיכך: 306 מ״ר – לא מתאים !

360 מ״ר – לא מתאים !

ורק 96 מ״ר **מתאים**.

(4) שאלה **(7)** –

שטח העיגול **גדול יותר** אבל עלות הריצוף **נמוכה יותר**.

שימו לב: העלות מחושבת לפי מחיר של 1 מ״ר ריצוף ובבריכה בצורת עיגול מחיר של 1 מ״ר ריצוף של הקרקעית **נמוך יותר** מאשר מחיר של 1 מ״ר ריצוף של הקרקעית בבריכה ריבועית.

(5) שאלה **(8)** –

חישוב השטחים הצבועים נעשה בדרך עקיפה. החישוב נעשה על ידי הפרש שטחים.

(6) שאלה **(9)** סעיף (ב) –

שימו לב: אנחנו מדברים כאן על דלתון בלי לציין את שמו אלא כצורה המורכבת משני משולשים שווי-שוקיים שיש להם בסיס משותף.

לפיכך, אלכסוני העפיפונים מאונכים זה לזה.

כדאי להזכיר: שטח מצולע שאלכסוניו מאונכים זה לזה שווה למחצית מכפלת אלכסוניו.

שטח **עפיפון א** הוא: 1,600 סמ״ר $= \frac{80\cdot \cancel{40}^{20}}{\cancel{2}} = S_{\text{א}}$

שטח **עפיפון ב קטן ב-** 25% משטח **עפיפון א**.

לפיכך: 1,200 סמ״ר $= 0.75\cdot 1{,}600 = S_{\text{ב}}$

וכעת צריך למצוא מכפלה של שני גורמים שתהיה שווה ל- 2,400.

דוגמאות: 80 ס״מ, 30 ס״מ.

20 ס״מ, 120 ס״מ.

75 ס״מ, 32 ס״מ.

62.5 ס״מ, 38.4 ס״מ.

(7) שאלה **(11)** –

משלבת **אחוזים**.

התלמידים נעזרים אומנם בחישוביהם במחשבון אבל מספיק לדייק עד 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(8) שאלה **(14)** –

התשובה לסעיף (א) אולי תפתיע את התלמידים: בכל שלוש ההצעות השטח המיועד לפרחים **זהה**.

(9) שאלה **(15)** –

שאלת מחשבה.

למרבה **הפלא** שטח כל השבילים **זהה**.

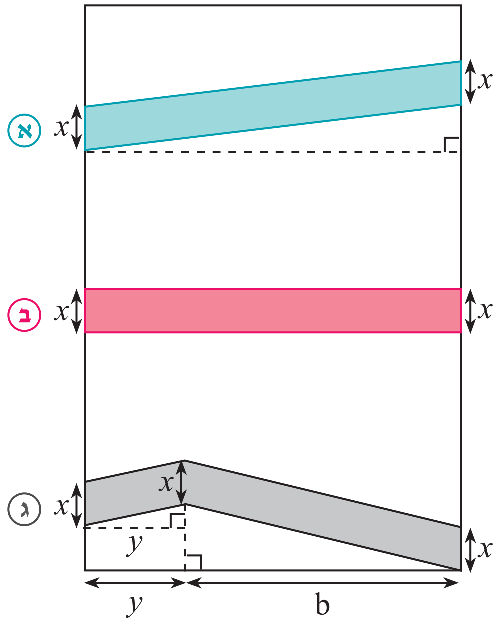
שטח מלבן: $S_{ב} = 10 \cdot x$ מ"ר

שטח מקבילית: $S_{א} = 10 \cdot x$ מ"ר

שימו לב: מסורטט גובה חיצוני.

שטח שתי המקביליות: $S_{ג} = x \cdot y + x(10 - y) =$

$= x(y + 10 - y) = 10 \cdot x$ מ"ר



$b = 10 - y$

שימו לב: גם כאן מסורטטים גבהים חיצוניים למקבילית.

התרגילים המומלצים לפתרון בכיתה:

יחידה 3	תרגיל	עמוד
סעיף א1	**(2)** , **(5)** (ב) , (ג)	86
	(6) (ב) , **(7)** (ו) , **(9)** (ו) , **(10)** (ד)	87
סעיף א2	**(2)** , **(3)**	94
	(9)	97
	(13)	98
סעיף ב	**(4)**	104
	(6) , **(7)**	105
	(9) , **(10)**	107 - 106
סעיף ג	**(4)** , **(5)**	111
	(7)	113
	(10) , **(11)**	115
סעיף ד	**(4)**	119
	(5)	120
	(7)	121
	(8) , **(9)**	122
	(14)	125
	(15)	126

יחידה 4: ריצופים

מבוא

יחידה זו מחולקת ל- 3 סעיפים:

סעיף א – ריצוף באמצעות מצולעים משוכללים.

סעיף ב – ריצוף באמצעות מצולעים שאינם משוכללים וריצוף באמצעות שני מצולעים או יותר.

סעיף ג – ריצוף לצורך השוואה, חישוב עלויות וקבלת החלטות.

פריסת שעות ומיקוד למידה – כיתה יוד 3 יחידות לימוד התשפ"ו

לפי משרד החינוך, יש להקדיש 6 שעות הוראה ליחידה 4 .

להלן **המלצת "משבצת"** לפריסת שעות ההוראה:

יחידה 4 **ריצופים**	**מספר שעות**	**עמודים**	**תרגילים**
סעיף א – ריצוף באמצעות מצולעים משוכללים	2	עמודי תאוריה: 128 – 131 עמודי תרגילים: 132 – 135	**(1) – (11)**
סעיף ב – ריצוף באמצעות מצולעים שאינם משוכללים וריצוף באמצעות שני מצולעים או יותר	1	עמודי תאוריה: 136 – 137 עמודי תרגילים: 137 – 138	**(1) – (6)**
סעיף ג – ריצוף לצורך השוואה, חישוב עלויות וקבלת החלטות	3	עמודי תאוריה: 139 – 142 עמודי תרגילים: 143 – 148	**(1) – (10)**

חשוב שכל מורה יתאים את הפריסה לכיתתו, בהתאם לקצב הלמידה של תלמידיו.

דגשים פדגוגיים לסעיף א

במשימת הפתיחה מוצאים סכום זוויות במצולעים שונים.

__שימו לב:__ המצולעים **אינם בהכרח** מצולעים משוכללים.

נושא הריצוף הוא גם מתמטי וגם אומנותי.

לפיכך, לסעיף זה **לא מצורפות** תשובות, כי כל תלמיד יכול לצבוע בצורה אומנותית כיד הדמיון.

אין לנו ספק שהתלמידים, גם אלו המתקשים במתמטיקה, "יתחברו" לנושא הריצופים.

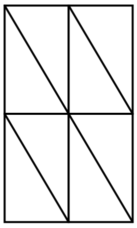
__שימו לב:__ **"ריצוף משוכלל"** הוא ריצוף הנעשה באמצעות סוג אחד של מצולעים משוכללים (ראו עמוד 131).

<u>התייחסות לתרגילים לעבודה עצמית</u>

(1) שאלה **(6)** עמוד 133 – בשאלה זו הצביעה נותנת אשליה של תלת-ממד !
זהו כמובן **"ריצוף משוכלל"** .

(2) שאלה **(8)** עמוד 134 – גם הריצוף הזה נקרא **"ריצוף משוכלל"** , למרות שאחרי הוספת האיור, לא ממש מבחינים בשלושת המשושים המשוכללים.

דגשים פדגוגיים לסעיף ב

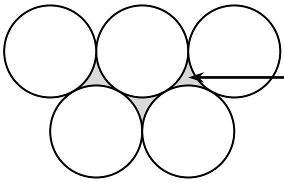


__פתרון משימה:__ "מרצפים" – בעמוד 136
הדר בהחלט **צודקת** !
כל שני משולשים ישרי-זווית חופפים יכולים להרכיב מלבן.
ואכן הריצוף במלבנים הוא ברור מאליו (ראו סרטוט).
מומלץ לקרוא את הדוגמאות בעמודים 136 – 137 .

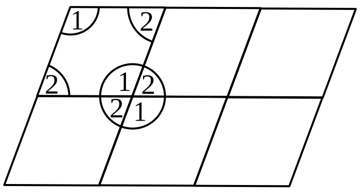
בדוגמה 1 – ריצוף מרהיב באמצעות משולש שונה-צלעות.
מתבססים על העובדה שסכום הזוויות במשולש הוא 180° .
בדוגמה 2 – ריצוף מרהיב באמצעות שני סוגים של מצולעים משוכללים.

<u>התייחסות לתרגילים לעבודה עצמית</u>

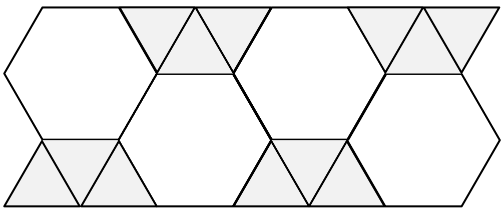
(1) שאלה **(1)** עמוד 137 – **אין** אפשרות לרצף באמצעות מעגלים.
תמיד יישאר "רווח" (ראו סרטוט).



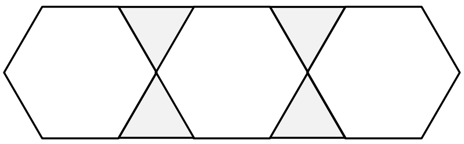
(2) שאלה **(2)** עמוד 137 – ריצוף במעוינים מסתמך על העובדה שסכום שתי זוויות
על כל צלע הוא 180° ($\measuredangle 1+\measuredangle 2=180^\circ$).
הריצוף ייראה כך :



(3) שאלה **(4)** – עמוד 137 – שאלה פתוחה. נותנת דרור לדמיון.
אפשרויות ריצוף לדוגמה :



א



ב

(4) שאלה **(5)** – עמוד 138 – יש הסבר מפורט כיצד לבצע את הריצוף.

(5) שאלה **(6)** – עמוד 138 – שאלה פתוחה.
אפשר להיעזר בדוגמה **(1)** בעמוד 136 , שם יש ריצוף באמצעות משולש שונה-צלעות.
זוהי השאלה האחרונה בסעיף זה, **ואין חובה** לעשותה (ראו הערה בעמוד 131).

דגשים פדגוגיים לסעיף ג

למורה: טעות נפוצה של תלמידים:

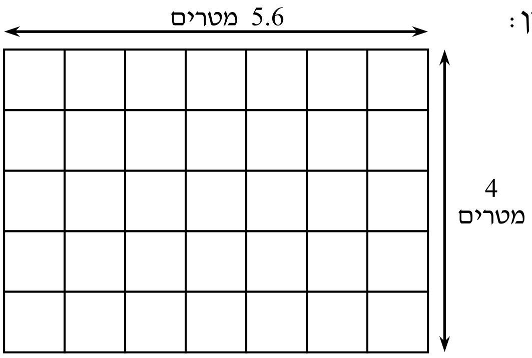
חלוקת השטח הכולל לשטח אריח אחד למציאת **מספר** האריחים.

זה **לא נכון** ! (ראו דוגמה **(2)** בעמוד 141).

<u>פתרון משימה:</u> "ריצוף מחדש" – בעמוד 139

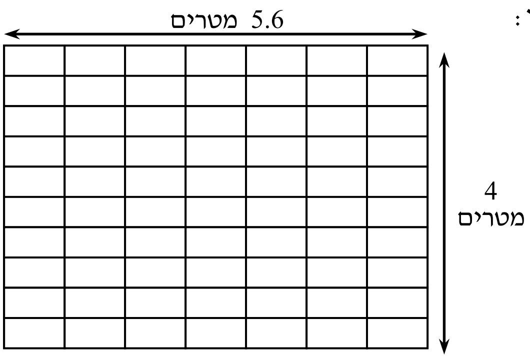
(א) **מספר** האריחים **הריבועיים** הנחוץ לריצוף הסלון:

$$7 \cdot 5 = 35$$



(ב) **מספר** האריחים **המלבניים** הנחוץ לריצוף הסלון:

$$7 \cdot 10 = 70$$



(ג) עלות הצעה א – 12,180 ש"ח ($35 \cdot 220 + 200 \cdot 22.4 = 12{,}180$).

עלות הצעה ב – 9,940 ש"ח ($70 \cdot 110 + 100 \cdot 22.4 = 9{,}940$).

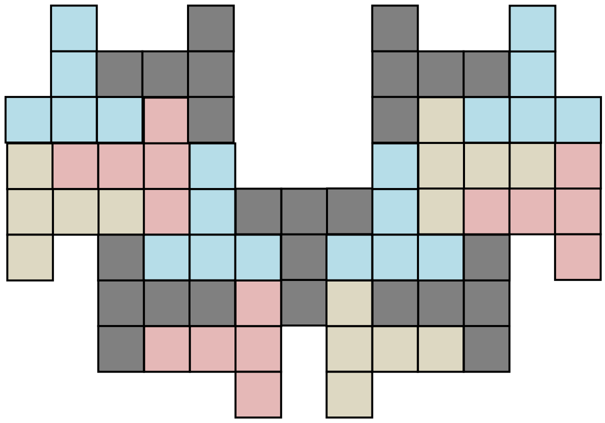
עלות הצעה ב **נמוכה יותר** מעלות הצעה א.

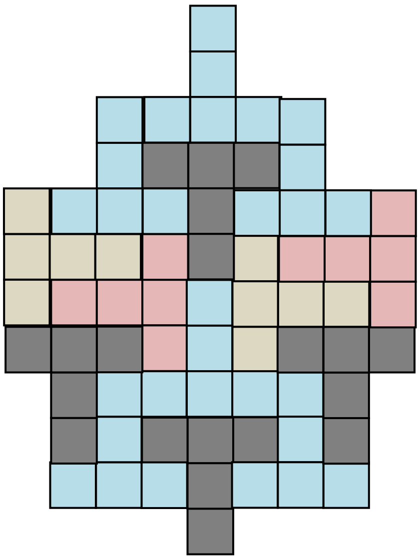
מומלץ לקרוא את דוגמה **(2)** בעמוד 141.

<u>התייחסות לתרגילים לעבודה עצמית</u>

(1) שאלה **(2)** עמוד 143 – סעיפים (א) + (ב) : סעיפים פתוחים.

דוגמאות לריצופים אפשריים :





(ג) נדרש שימוש בסיסי באחוזים.

(2) שאלה **(3)** עמוד 144 –

שימו לב שיחידת ריצוף **אחת** מורכבת **משישה** אריחים ריבועיים + **שלושה** אריחים מלבניים.

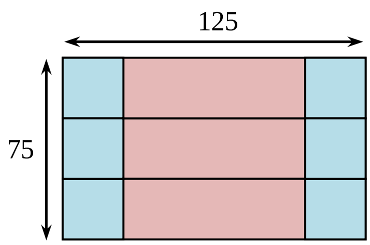
סעיף (ד) –

<u>*שימו לב:*</u> מבקשים ריצוף **ביחידות ריצוף שלמות**.

הדבר **לא** אפשרי.

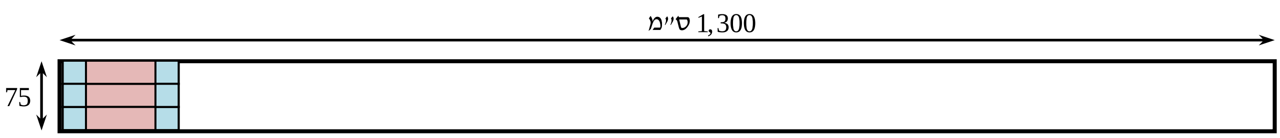
אלו הם ממדי יחידה **אחת** :

(היחידות בסרטוט נתונות בס"מ).



משטח שמידותיו 75 ס"מ × 130 ס"מ אפשר לרצף **רק בצורה אחת**,

כאשר יחידת הריצוף מונחת כך :



לפיכך, מתקבל שלאורך 1,300 ס"מ (13 מטרים) צריך להניח 10.4 יחידות ריצוף כמסורטט

($1{,}300 : 125 = 10.4$).

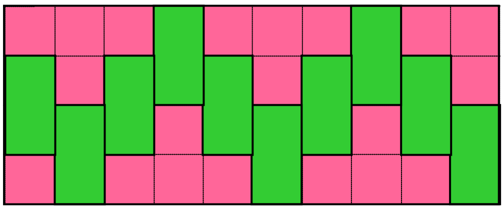
ו- 10.4 **איננו** מספר שלם כמבוקש.

לכן התשובה היא : **לא**.

(3) שאלה **(5)** עמוד 145 – סעיף (ו) וסעיף (ז) בוודאי יעוררו פליאה בקרב התלמידים.

כל אחד **משני** הריצופים **השונים** מהווה 50% משטח הדף !

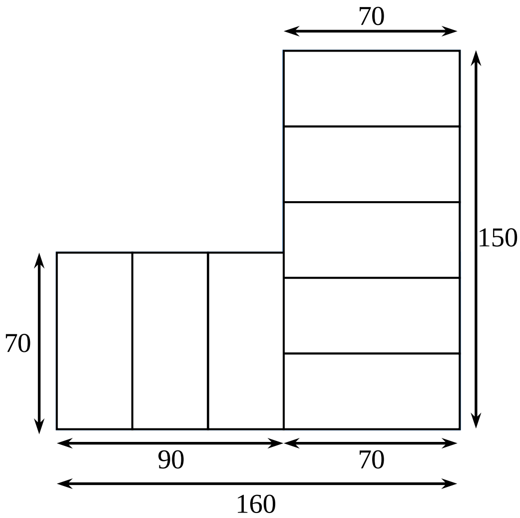
(4) שאלה **(6)** עמוד 146 – סעיף (ד) גם הוא
יעורר פליאה בקרב התלמידים.
אפשר להסביר גם בצורה הבאה:
בכל טור, צבועים 2 ריבועים בוורוד
ומלבן אחד בירוק,
כאשר המלבן מורכב משני ריבועים.



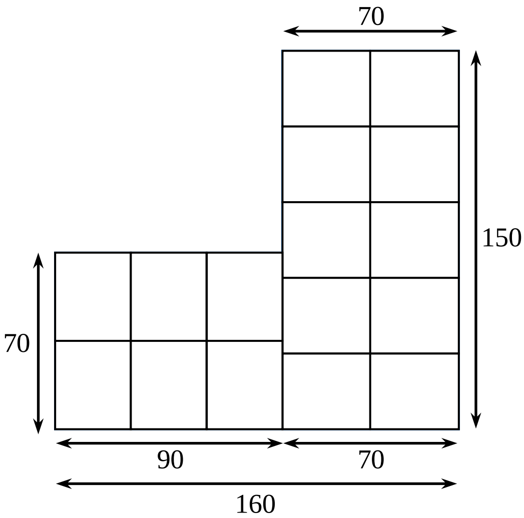
(5) שאלה **(8)** עמוד 147 – **למורה:** יש לשים לב ליחידות המידה.

(6) שאלה **(10)** עמוד 148 – סעיפים 1(א) ו- 1(ב) דורשים הבנה, כיצד יש להניח את האריחים על הדלפק.

1(א) **חנות א**
אריחים **מלבניים**
30 ס"מ × 70 ס"מ
(המידות בסרטוט נתונות בס"מ)



1(ב) **חנות ב**
אריחים **מלבניים**
30 ס"מ × 35 ס"מ
(המידות בסרטוט נתונות בס"מ)



שימו לב: ללא ידיעת מספר האריחים בהתאם לריצופים המסורטטים, לא ניתן לחשב עלויות.

לירון כמובן **צודקת**.
מספר האריחים הנחוץ בהתאם להצעה **בחנות ב** הוא **פי** 2 מהמספר הנחוץ בהתאם להצעה **בחנות א**,
ומחיר כל אריח **בחנות ב** הוא **מחצית** ממחיר כל אריח **בחנות א**.
לפיכך, העלויות **זהות**.

התרגילים המומלצים לפתרון בכיתה

יחידה 4	תרגילים	עמוד
סעיף א	(2)	132
	(6)	133
	(9)	134
סעיף ב	(4)	137
סעיף ג	(3)	144
	(5)	145
	(7)	146

יחידה 5:
הקשר בין היקף ובין שטח של צורה גאומטרית בהקשר אורייני

מבוא

יחידה זו מחולקת ל- 4 סעיפים:

סעיף א – ריענון הפונקציה הריבועית (רשות)

סעיף ב – היקף ושטח של צורה גאומטרית והגרפים המתארים אותם

סעיף ג – השפעת שינוי ממדי צורה על: ✓ היקף הצורה
✓ שטח הצורה
✓ עלויות.

סעיף ד – חישוב שטח והיקף של צורות גאומטריות לצורך השוואה וקבלת החלטות

יחידה 5 משלבת בין חישוב היקף ובין חישוב שטח של צורות גאומטריות.
היא מכילה שאלות אורייניות שבהן יש השוואה וצורך בהפעלת שיקול דעת בבדיקת כדאיות.

למורה:

ביחידה 1 למדו התלמידים על היקפים.

ביחידה 3 למדו התלמידים על שטחים.

ביחידה זו מופיעים היקף ושטח של צורה גאומטרית בלי הפרדה דיכוטומית.

פריסת שעות הוראה

לפי משרד החינוך, יש להקדיש 10 שעות הוראה ליחידה 5.

להלן **המלצת "משבצת"** לפריסת שעות ההוראה:

יחידה 5 הקשר בין היקף ובין שטח של צורה גאומטרית בהקשר אורייני	**מספר שעות**	**עמודים**	**תרגילים**
סעיף א – ריענון הפונקציה הריבועית	1	עמודי תאוריה: 150 – 152 עמודי תרגילים: 152 – 153	**(1) – (5)**
סעיף ב – היקף ושטח של צורה גאומטרית והגרפים המתארים אותם	2	עמודי תאוריה: 154 – 156 עמודי תרגילים: 156 – 159	**(1) – (10)**
סעיף ג – השפעת שינוי ממדי צורה על: ✓ היקף הצורה ✓ שטח הצורה ✓ עלויות	3	עמודי תאוריה: 161 – 162 עמודי תרגילים: 163 – 166	**(1)– (10)**
סעיף ד – חישוב שטח והיקף של צורות גאומטריות לצורך השוואה וקבלת החלטות	4	עמודי תאוריה: 168 – 169 עמודי תרגילים: 169 – 178	**(1) – (14)**

חשוב שכל מורה יתאים את הפריסה לכיתתו, בהתאם לקצב הלמידה של תלמידיו.

דגשים פדגוגיים לסעיף א

נושא הפונקציה הריבועית נלמד כבר בכיתות חטיבת הביניים.
נלמדו תכונות הפונקציה הריבועית, ונלמדה נוסחת השורשים לפתרון משוואה ריבועית.
נושא זה מוגדר **כרשות**.

למורה: נקודות האפס של פונקציה ריבועית הן פתרון המשוואה הריבועית המתאימה.

התייחסות לתרגילים לעבודה עצמית

(1) שאלה **(4)** סעיף (ב) – בסעיף (א) מצאו התלמידים שנקודת החיתוך של הפרבולה $y=x^2-3x-10$ עם ציר ה- y היא $(0,-10)$.
בסעיף (ב) הם צריכים להסתמך על תשובתם ולהבין שאפשר לכתוב כל פונקציה ריבועית שבה פרמטר c שווה -10.
כלומר כל פונקציה ריבועית מהצורה: $y=ax^2+bx-10$ ($a\neq 0$).

דגשים פדגוגיים לסעיף ב

בסעיף זה עוסקים בגרפים המתארים היקף / שטח של צורה גאומטרית.
שים לב: בחלק מהשאלות יש סעיפי **רשות**.
אלו הסעיפים העוסקים בגרף המתאר שטח מלבן / ריבוע שהוא **איננו** קו ישר.

פתרון משימת פתיחה בעמוד 154

(א) הטבלה המלאה:

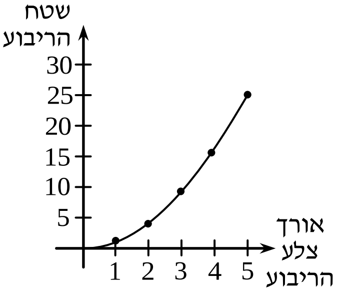
אורך צלע ריבוע (בס"מ)	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
היקף ריבוע (בס"מ)	0	4	8	12	16	20
שטח ריבוע (בסמ"ר)	0	1	4	9	16	25

שים לב: כדאי לדון בכיתה על המשמעות של ריבוע שאורך צלעו 0 ס"מ.
בעצם **לא** קיים ריבוע. אבל נקודה $(0,0)$ נחוצה כדי לסרטט את הגרף.

(ב) ראו סרטוט משמאל.

(ג) בהחלט יש משמעות לחיבור הנקודות,
כי אורך צלע הריבוע יכול להיות גם מספר **שאיננו** מספר שלם.

(ד) ראו סרטוט משמאל.



(ה) בהחלט יש משמעות לחיבור הנקודות,
כי אורך צלע הריבוע כאמור יכול להיות גם מספר **שאיננו** מספר שלם.

(ו) אין משמעות לאורך צלע של ריבוע שהוא מספר שלילי, כמו גם לאפס.

(ז) גרף ההיקף הוא קו ישר.
גרף השטח הוא קו עקום.

<u>התייחסות לתרגילים לעבודה עצמית</u>

(1) שאלה **(6)** – שאלת **רשות**.

(א) הגרף מתאר את **שטח** המגרש העירוני **המלבני** כפונקציה של אורך אחת מצלעותיו.

(2) שאלה **(7)** – סעיפים (ג) – (ה) הם סעיפי **רשות**.

למורה: שטח של מלבן כפונקציה של אורך אחת מצלעותיו מתואר על ידי גרף שצורתו פרבולה.

השטח המקסימלי מתקבל כאשר שתי צלעות סמוכות של המלבן שוות באורכן.

<u>שים לב:</u> במקרה זה הצורה היא **ריבוע**.

(3) שאלות **(9)** – **(10)** – שאלות המסומנות ב- ★ .

אלו הן שאלות מחשבה והכללה ולכן הן נמצאות בסוף סעיף זה.

דגשים פדגוגיים לסעיף ג

בסעיף זה אנו בודקים כיצד משפיע שינוי אחד מממדי הצורה על היקפה / על שטחה / על העליות.

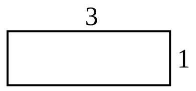
הצורות בסעיף זה הן: מלבן, מעגל, משולש ישר-זווית.

(1) בחלק מהשאלות יש סרטוט של **לפני** השינוי **ואחרי** השינוי.

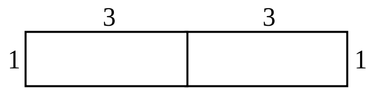
(2) בחלק מהשאלות יש צורך בידע על חישוב אחוזים בסיסי.

(3) שאלה **(3)** סעיף (ה) –

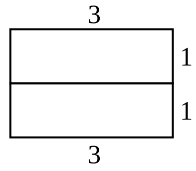
השטח של המלבן הנדרש מורכב מהשטח של שני מלבנים כמו זה המסורטט



לכן זה לא משנה אם מסרטטים כך:



או כך:



<u>שים לב:</u> שטח צורה גאומטרית כלשהי מחושב **תמיד** כסכום שטחי הצורות המרכיבות אותה.

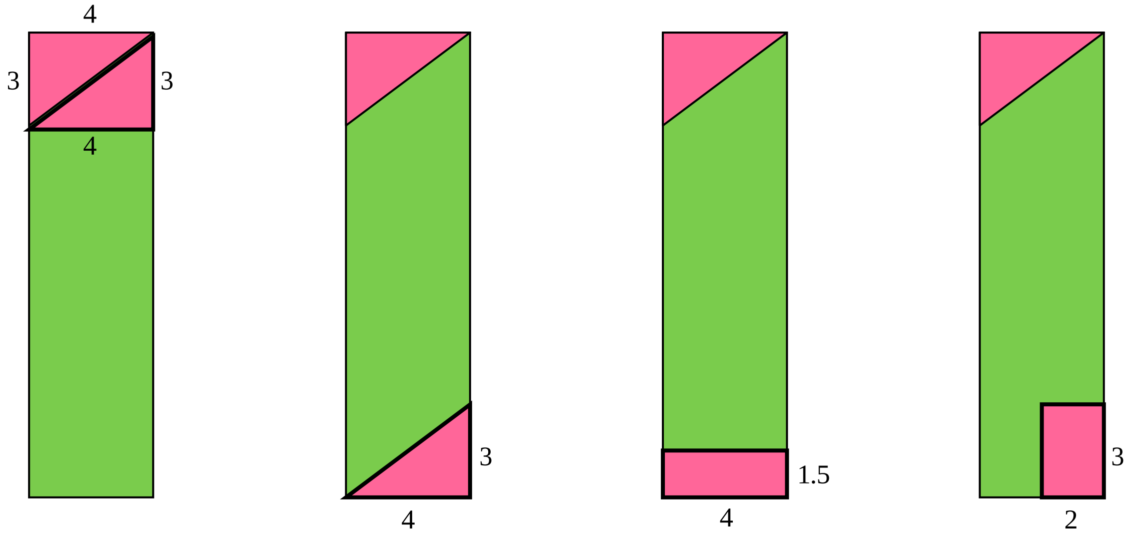
(4) שאלה **(5)** – כאן **אין** צורך בידיעות על מתומן. כאן מבצעים **הפרש** שטחים.

למורה: בדרך כלל פעולת החיבור "ידידותית" יותר לתלמידים. אבל יש מקרים (כמו בשאלה זו למשל) שחישוב השטח הנותר מתבצע באמצעות מציאת ההפרש בין השטחים.

(5) שאלה **(6)** – דורשת ביצוע חישובים בסיסיים בנושא האחוזים.

<u>הערה:</u> בנספח ג, אפשר למצוא תמצות נושא האחוזים.

(6) שאלה **(7)** – סעיפים (ג) ו- (ד) הם סעיפים פתוחים.
כדאי לאסוף תשובות שונות מהתלמידים.
שימו לב לשורה שבה כתוב (השטח **איננו** חייב להיות בצורת משולש ישר-זווית).
דוגמאות להגדלת שטח הפרחים פי 2 :



(7) שאלה **(8)** –
שימו לב: יש פה מקרה שההיקף אחרי השינוי **לא** השתנה,
ולעומת זאת השטח אחרי השינוי **כן** השתנה.
למורה: כדאי להשוות שאלה זו עם שאלה **(3)** שבה ההיקף השתנה והשטח **לא** השתנה.

(8) שאלה **(9)** – סעיף (ב) – סעיף פתוח. רצוי לאסוף תשובות שונות מהתלמידים ולדון בהן.
אפשר לתת אפשרות **שאיננה** מספרים שלמים כפי שמופיע בדוגמה השנייה שניתנה בפתרון סעיף (ב).

למורה: בנושא השמירה על **הפרופורציה** נעסוק **רק בכיתה יא**.
בשלב זה **לא** דנים בשמירה על פרופורציה בממדי התמונה, אלא רק בדרישה שהממדים לאחר ההגדלה יענו על **שני תנאים** בלבד : שטח התמונה המלבנית 630 סמ"ר, וההפרש המקסימלי בין אורכי צלעות המלבן הוא 12 ס"מ.
אם למשל תלמיד מציע את הממדים 630 ס"מ ו- 1 ס"מ עבור אורכי צלעות המלבן כתשובה,
זו איננה תשובה נכונה מאחר שהיא לא עונה על התנאי השני.
הערה: הממדים שיענו על 3 תנאים :
- ✓ שטח התמונה המלבנית 630 סמ"ר,
- ✓ ההפרש **המקסימלי** בין אורכי צלעות המלבן הוא 12 ס"מ,
- ✓ שמירה על פרופורציה (שלא נדרשה כאן),

הם (בערך) : 29.53 ס"מ ו- 21.32 ס"מ.
בכיתה שיש בה תלמידים שלמדו את נושא הפרופורציה בכיתה ח, ועדיין זוכרים,
אפשר לנהל דיון קצר בנושא.

(ד) בהתאם לאחת האפשרויות שתלמיד נתן בסעיף (ב) , ניתן לחשב את ההיקף **אחרי** הגדלת התמונה.

(9) שאלה **(10)** – התשובה היא **לא**.

אם ההיקף גדל ב- 25% אז השטח **לא** בהכרח גדל ב- 25% .

בכיתה ברמה של 3 יח"ל, כדאי לתת דוגמה מספרית שתמחיש זאת.

למשל,

	אחרי ההגדלה	לפני ההגדלה
ממדים (במטרים)	15×12.5	10×12
היקף (במטרים)	55	44
שטח (במ"ר)	187.7	120
שינוי באחוזים בהיקף	+ 25%	
שינוי באחוזים בשטח	+ 56.25%	

דגשים פדגוגיים לסעיף ה

בסעיף זה משולבים הנושאים שנלמדו ביחידות 1 ו- 3 בתוספת קבלת החלטות.

ההשוואה לרוב נעשית כדי לדעת היכן העלות נמוכה יותר.

<u>משימת הפתיחה בעמוד 168</u> –

<u>*שימו לב:*</u> היחידות המודדות **היקף** $\neq$ מהיחידות המודדות **שטח**.

לכן "המנצח" הוא זה האומר איזה מהמספרים, המציינים היקף / שטח, **גדול יותר**.

בצורות א ג ד

תלמיד יכול לספור כמה משבצות צבועות. מספר המשבצות הצבועות הוא המייצג את השטח.

כמו כן הוא יכול לספור את המשבצות הנמצאות לאורך ההיקף, ומספרן הוא המייצג את ההיקף.

בצורה ב יש צורך לדעת את משפט **פיתגורס** כדי לחשב את הצלעות בהיקף **שאינן** לאורך משבצות הסריג, ואת השטח הנדרש.

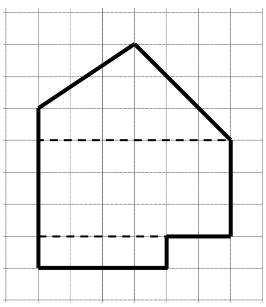
א היקף 14 , שטח 9 .

ג היקף 24 , שטח 19 .

ד היקף 30 , שטח 26 .

ב היקף – כדאי לדבר על אומדן. לפי אומדן 23 .

שטח – רק בחלקי הצורה שהם מלבנים יש 22 משבצות (ראו סרטוט), אז ברור שהמספר המציין את השטח גדול יותר מזה המציין את ההיקף.



למורה: המשחק במשימת הפתיחה מזכיר את שאלה **(10)** בעמוד 159 .

(1) שאלה **(1)** – מופיעה המילה "משיקים" למען הדיוק המתמטי, וגם כתוב בסוגריים.
המסלול מסורטט בבירור.
אפשר להזכיר, שכאשר <u>r הוא רדיוס המעגל</u> **:**
הנוסחה לחישוב **היקף המעגל** היא $P = 2\pi r$,
והנוסחה לחישוב **שטח העיגול** היא $S = \pi r^2$.

(2) שאלה **(2)** – היקף ריבוע **קטן** מהיקף מלבן עבור שטח נתון.

(3) שאלה **(3)** –
(א) יש לשים לב **לכתוב** בסוגריים.
יש צורך בחישוב היקף של **3 חלקים**.

(4) שאלה **(4)** – סעיף (ב) 2. הוא הסעיף של קבלת ההחלטות, בהתאם לכדאיות של העלות.

(5) שאלה **(6)** – בשאלה זו יש לכתוב ביטויים אלגבריים.
בדרך כלל שאלה עם ביטויים אלגבריים קשה יותר מאשר שאלה עם נתונים מספריים.

(6) שאלה **(7)** – חישוב שטח דלתון יכול להיעשות גם על ידי חישוב שטח כל משולש וסכום השטחים.
מהחישוב הזה בעצם מגיעים לחישוב שטח דלתון כמחצית מכפלת אלכסוניו.
למורה: בשאלה זו השטח **וגם** ההיקף של העפיפונים שונים.

(7) שאלה **(8)** – כדי למצוא את שטח הפרקט, יש לבצע הפרש שטחים.
חיבור שטחים – "טבעי" יותר לתלמידים.
הפרש שטחים – קצת יותר קשה לתלמידים.

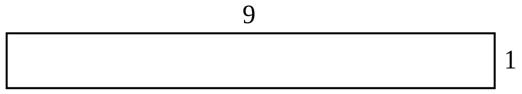
(8) שאלה **(9)** –
הנושאים המתמטיים בשאלה זו :
✓ משפט פיתגורס
✓ שטח משולש ישר-זווית
✓ אחוזים
<u>*שימו לב:*</u> בשאלה זו יש עלות **זהה** לשתי הצעות **שונות**.

(9) שאלה **(10)** – אחרי חישובים מתאימים, מתקבל שבשלוש ההצעות שטח הדשא הסינטטי **שווה**.
עובדה זו בוודאי תפתיע חלק מהתלמידים.
<u>*שימו לב:*</u> אומנם מחיר של 1 מטר גדר לפי הצעה ג הוא **הנמוך ביותר**,
אבל יש לחשב היקף של 9 מעגלים !
ובכל זאת, עלות הצעה ג היא **הנמוכה ביותר**.
קשה לדעת זאת **ללא** חישובים מתאימים.

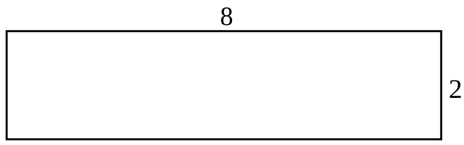
(10) שאלה **(11)** – יש צורך בידע בסיסי על טרפז – חישוב היקף ושטח.
אפשר למצוא תזכורת בעמוד 233 .

(11) שאלה **(12)** – בשאלה זו נדרש **הפרש** שטחים, וידע בסיסי באחוזים.

(12) שאלות **(13)** , **(14)** –
מסומנות בכוכבית. הן השאלות האחרונות בסעיף זה.
שאלה **(13)** – ביטויים ולא מספרים.
שאלה **(14)** – שאלת מחשבה.
שולמית – 2 מעוינים שאורך צלעם שווה אך הזוויות שונות.
דנה – טועה.
זהבית – למשל ,

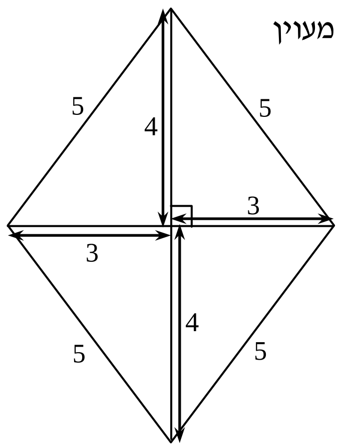


היקף 20
שטח 9



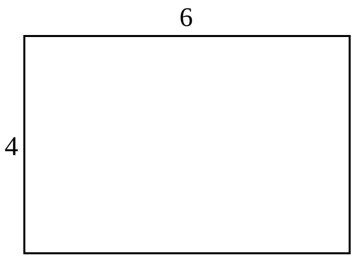
היקף 20
שטח 16

יערה – מעוין



היקף 25
שטח 24

מלבן



היקף 20
שטח 24

התרגילים המומלצים לפתרון בכיתה

יחידה 5	תרגילים	עמוד
סעיף א	(2)	152
סעיף ב	(2)	156
	(5)	157
סעיף ג	(3)	163
	(5)	164
	(7)	165
סעיף ד	(3)	170
	(7)	172
	(8)	173
	(10)	175
	(13)	178